

Árvores de Refutação

Regras de Construção

Inicialização

Para um dado argumento

$p_1, p_2, \dots, p_n \mid - c$

onde p_1, p_2, \dots, p_n são premissas e c é a conclusão,
constrói-se uma árvore sem ramificações:

p_1

p_2

...

p_n

$\neg c$

Regras para a negação

- # Negação (\neg): se um ramo aberto da árvore contém uma fórmula ϕ e sua negação $\neg\phi$, fecha-se o ramo.
- # Dupla negação ($\neg\neg$): se um ramo aberto da árvore contém uma fórmula $\neg\neg\phi$ não marcada, marca-se a fórmula e adiciona-se a fórmula ϕ no final de cada ramo aberto que possui a fórmula $\neg\neg\phi$.

Regras para a conjunção

- # Conjunção (\wedge): se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\phi\wedge\psi$, marca-se esta fórmula e escreve-se as fórmulas ϕ e ψ no final de cada ramo aberto da árvore que contenha a fórmula que foi marcada.
- # Conjunção negada: se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\neg(\phi\wedge\psi)$, marca-se esta fórmula e bifurca-se cada ramo aberto da árvore que contém a fórmula marcada, escrevendo ϕ no primeiro ramo e ψ no segundo.

Regras para a disjunção

- # Disjunção (\vee): se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\phi \vee \psi$, marca-se esta fórmula e bifurca-se cada ramo aberto da árvore que contém a fórmula marcada, escrevendo ϕ no primeiro ramo e ψ no segundo.
- # Disjunção negada: se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\neg(\phi \vee \psi)$, marca-se esta fórmula e escreve-se as fórmulas $\neg\phi$ e $\neg\psi$ no final de cada ramo aberto da árvore que contenha a fórmula que foi marcada.

Regras para a implicação

- # Implicação (\rightarrow): se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\phi \rightarrow \psi$, marca-se esta fórmula e bifurca-se cada ramo aberto da árvore que contém a fórmula marcada, escrevendo $\neg\phi$ no final do primeiro ramo e ψ no final do segundo.
- # Implicação negada: se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\neg(\phi \rightarrow \psi)$, marca-se esta fórmula e escreve-se as fórmulas ϕ e $\neg\psi$ no final de cada ramo aberto da árvore que contenha a fórmula que foi marcada.

Regras para a equivalência

- # Equivalência (\leftrightarrow): se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\phi \leftrightarrow \psi$, marca-se esta fórmula e bifurca-se cada ramo aberto da árvore que contém a fórmula marcada, escrevendo ϕ e ψ no final do primeiro ramo e $\neg\phi$ e $\neg\psi$ no final do segundo.
- # Equivalência negada: se um ramo aberto contém uma fórmula não marcada da forma $\neg(\phi \leftrightarrow \psi)$, marca-se esta fórmula e bifurca-se cada ramo aberto da árvore que contém a fórmula marcada, escrevendo $\neg\phi$ e ψ no final do primeiro ramo e ϕ e $\neg\psi$ no final do segundo.

Regras para \forall

- # Se uma fórmula da forma $\forall\beta\phi$ aparece em um ramo aberto, e se α é uma letra nominal, então escreve-se $\phi[\alpha/\beta]$ no final deste ramo. A fórmula original não é marcada.
- # Se uma fórmula da forma $\neg\forall\beta\phi$ aparece em um ramo aberto, marca-se a fórmula e escreve-se $\exists\beta\neg\phi$ no final de cada ramo aberto que contém a fórmula marcada.

Regras para \exists

- # Se uma fórmula da forma $\exists\beta\phi$ aparece em um ramo aberto, marca-se a fórmula, escolhe-se uma letra nominal α que ainda não apareceu naquele ramo e escreve-se a fórmula $\phi[\alpha/\beta]$ no final de cada ramo aberto que contém a fórmula marcada.
- # Se uma fórmula da forma $\neg\exists\beta\phi$ aparece em um ramo aberto, marca-se a fórmula e escreve-se $\forall\beta\neg\phi$ no final de cada ramo aberto que contém a fórmula marcada.