Ondas

Prof. Luis Gomez

Equação da onda

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=cte} = \frac{\partial y}{\partial x} = -kAsen(kx - \omega t)$$

$$\left.\frac{d^2 y}{dx^2}\right|_{t=cte} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(kx - \omega t)$$

Equação da onda

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= A\cos(kx-\omega t) \\ -\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= A\cos(kx-\omega t) \end{aligned}\right\} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$$

Equação da onda 1D

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

Equação da onda

Deduzimos a equação da onda 1D para uma onda harmônica

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \qquad \frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$$

Mas ela é válida para qualquer tipo de onda.

Velocidade de onda em uma corda tensa

- Seja T a tensão na corda e $\mu = M/L$ a densidade linear de massa (massa por unidade de comprimento)

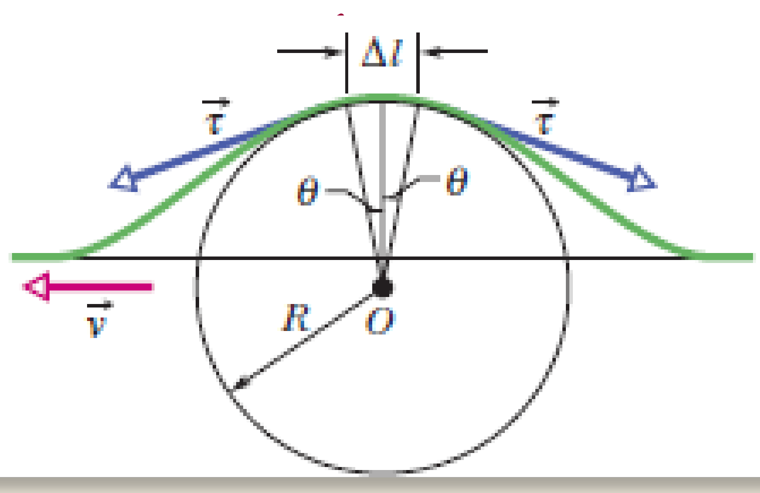
- A velocidade da onda na corda é apenas função das características físicas do meio (T e μ)

- Suponha um pulso com uma porção circular propagando-se para a direita:

Velocidade da corda
no referencial do pulso

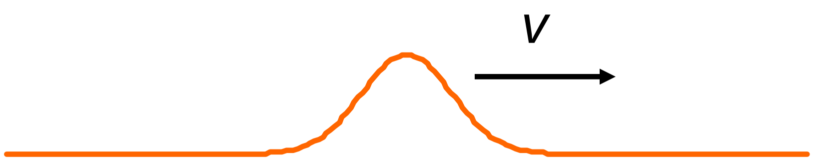
v

Velocidade do pulso no
referencial do laboratório

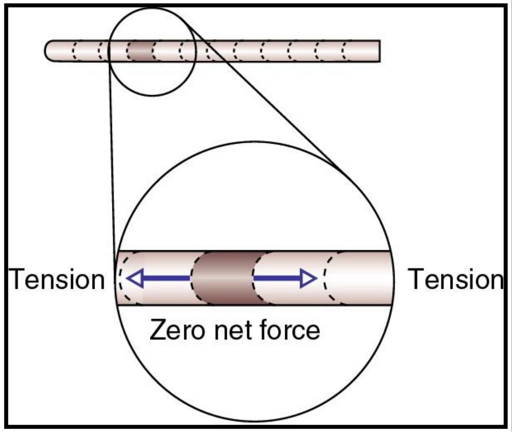


Velocidade de onda em uma corda Tensa

Pulso se propagando numa corda

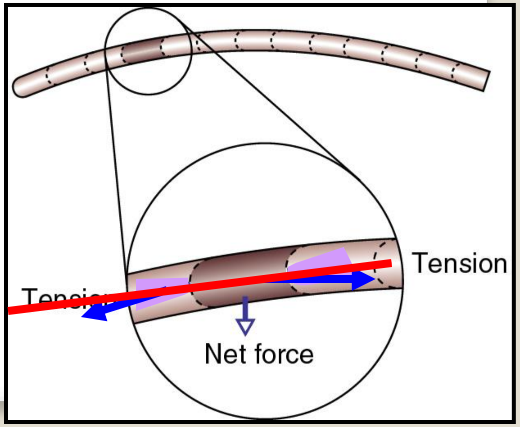


Corda tensionada em repouso



O que determina a velocidade da onda num meio ?

Corda tensionada com pulso

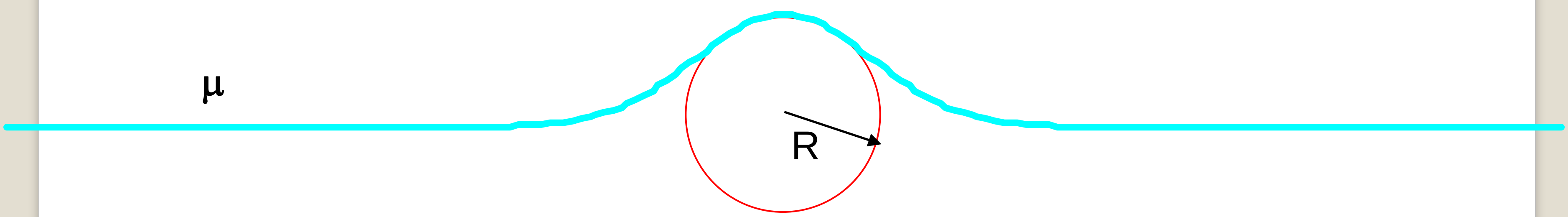


Como podemos fazer o pulso ir mais rápido?

Tensão ou força na corda: ***T (N)***

Densidade linear de massa: μ : kg/m

SE, a forma da corda no máximo do pulso é aproximadamente um círculo de raio *R*

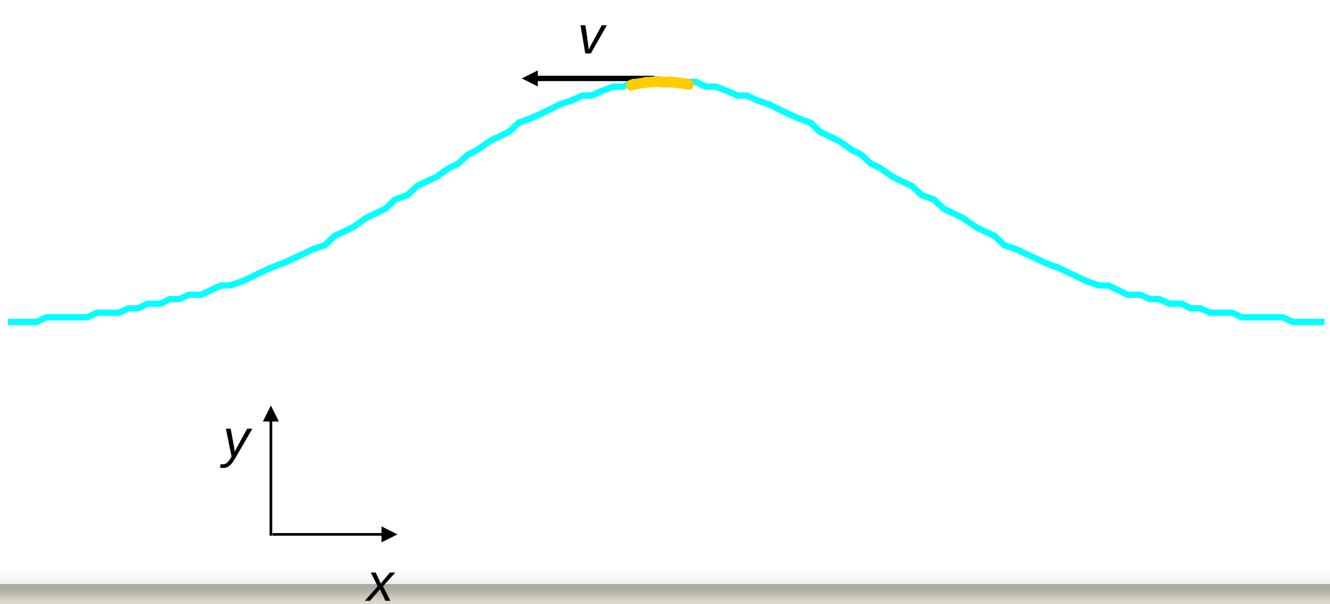


Referencial : movendo junto com o pulso

→ Pulso parado

→ Corda se movendo ao contrário do pulso

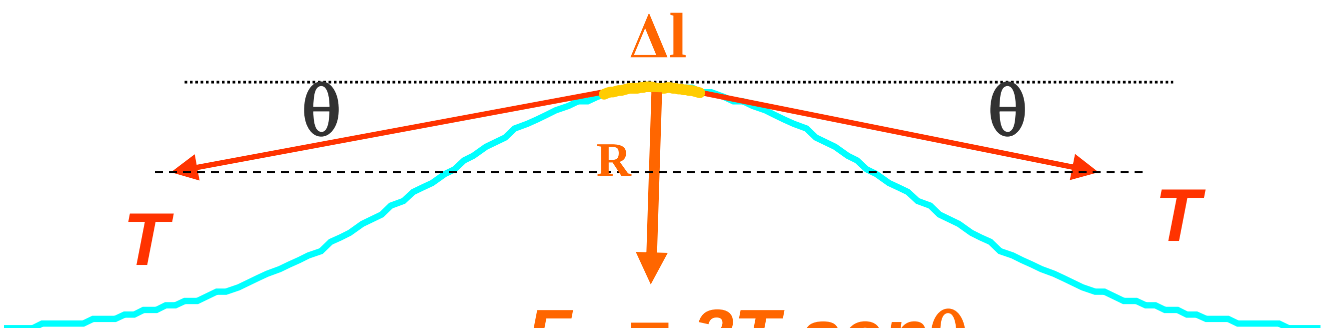
Sistema: pequeno segmento da corda no “topo” do pulso



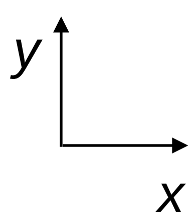
Força resultante

F_R : soma da tensão *T* em cada ponta do segmento de corda

: sentido *-y*.



$$F_R = 2T\,sen\theta$$



Como θ é pequeno: sen θ ~ θ

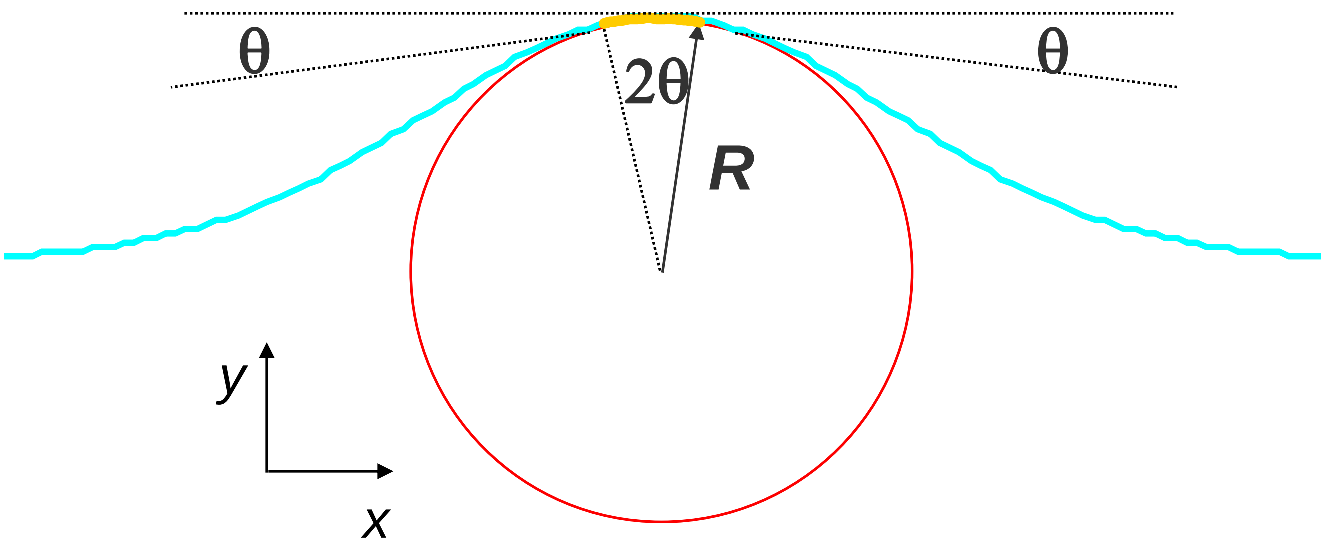
$$F_R = T\,(2\theta) = T\,\Delta l/R$$

$\Delta m = \mu \, \Delta l$

$F_R = \Delta m \, a_c = \Delta m \, V^2/R$

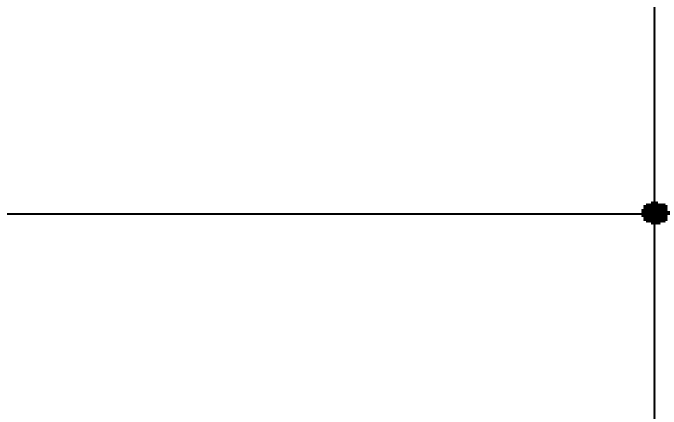
$\Delta m \, V^2/R = (\mu \, \Delta l) \, V^2/R = T \, \Delta l/R$

$\mu V^2 = T \longrightarrow$ $V = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ (velocidade da onda)



Pulso de onda em uma corda

Ondas, propagam-se, e se há vinculo imposto na sua parte terminal o seu comportamento é assim:



←Extremo Fixo.
Observa-se a inversão da fase da onda refletida.

Se não há vinculo imposto na sua parte terminal o seu comportamento é assim:

←Extremo Livre.
Sem inversão da fase da onda refletida.

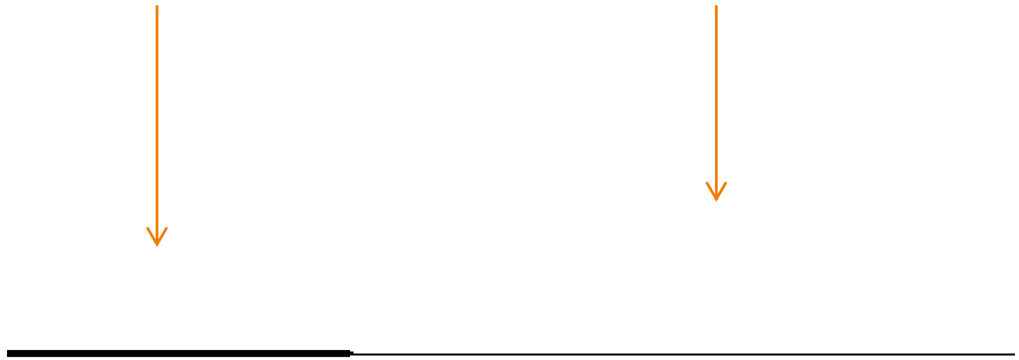
Quando há mudança na propriedade do meio de propagação de uma onda também temos fenômenos de reflexão mas com inversão de fase.

Densidade de A < Densidade de B

Meio de densidade A. Meio de densidade B.

Observa-se INVERSÃO da fase da onda refletida.

Densidade de A > Densidade de B



Observa-se a NÃO inversão da fase da onda refletida.

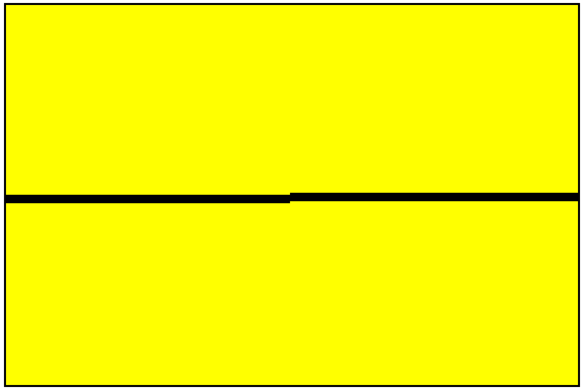
Exemplo:

Na figura duas cordas foram amarradas uma a outra com um nó e esticadas entre dois suportes rígidos. As cordas têm massas especificas lineares $\mu_1 = 1{,}4 \times 10^{-4}$ kg/m e $\mu_2 = 2{,}8 \times 10^{-4}$ kg/m. Os comprimentos são $L_1 = 3{,}0$ m e $L_2 = 2{,}0$ m, E a corda 1 está submetida a uma tensão de 400 N. Dois pulsos são enviados simultanea-Mente em direção ao nó a partir dos suportes.

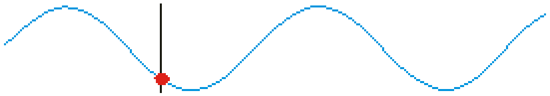
Qual dos pulsos chega primeiro ao nó?

Energia de uma onda Progressiva em uma corda

Quando produzimos uma onda numa corda esticada, fornecemos energia para o movimento da corda. A corda transporta energia nas formas de energia cinética e de energia potencial elástica.

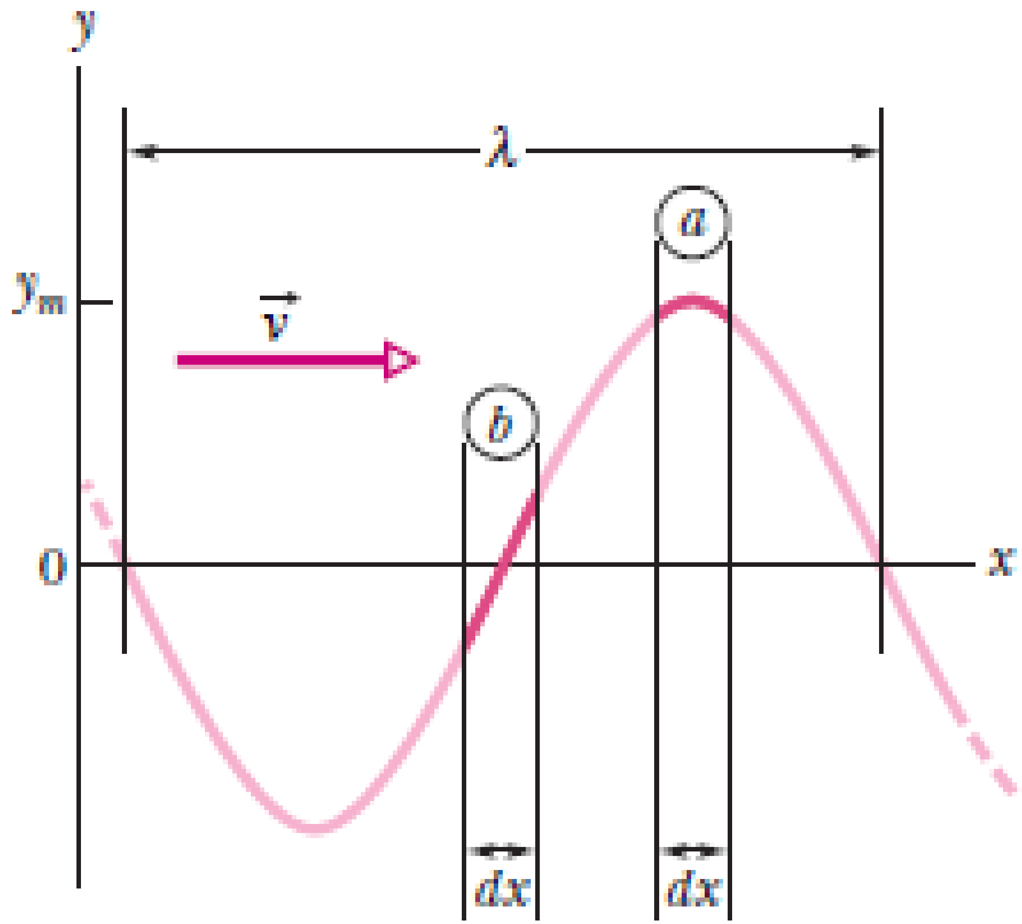


- ## Energia Cinética



$y = 0$, E_c é máxima;

$y = y_m$, E_c é nula.



$y = 0$, E_c é máxima;

$y = y_m$, E_c é nula.

Energia Potencial Elástica

$y = 0$, E_p é máxima;

$y = y_m$, E_p é nula.

Taxa de transmissão de energia

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{med} = \frac{1}{4}\mu v \omega^2 y_m^2.$$

Potência média – que é a taxa média com que a energia em ambas as formas é transmitida pela onda é

$$P_{med} = 2\left(\frac{dK}{dt}\right) = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 y_m^2.$$

➢ Intensidade

$$I = \left(\frac{Pmed}{A} \right)$$

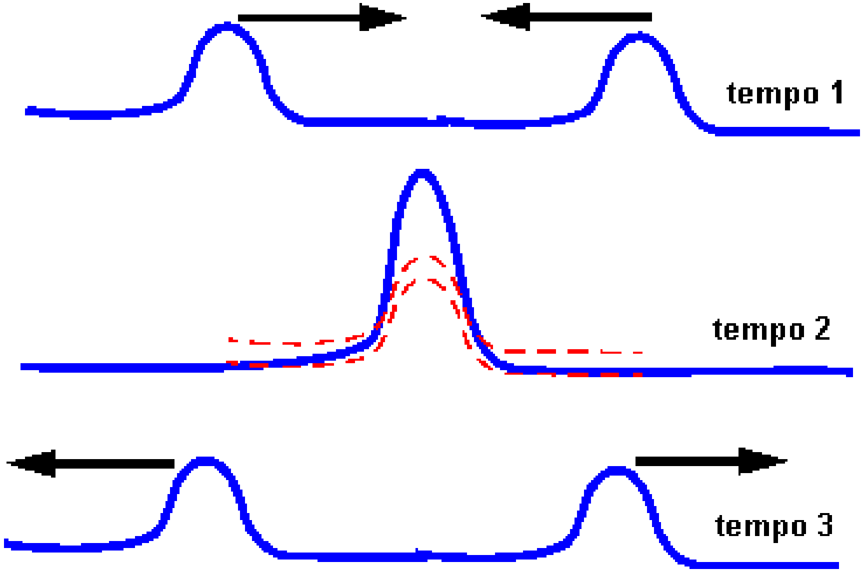
Exemplo:

Uma corda esticada possui densidade linear $\mu = 525$ g/m e está a uma tensão $T = 45$ N. Enviamos uma onda senoidal com frequência $f = 120$ Hz e amplitude $y_m = 8,5$ mm ao longo da corda. Com que taxa media a onda transporta energia?.

Princípio da superposição de ondas

Princípio da superposição de ondas

Ondas superpostas se adicionam algebricamente para produzir uma onda resultante.

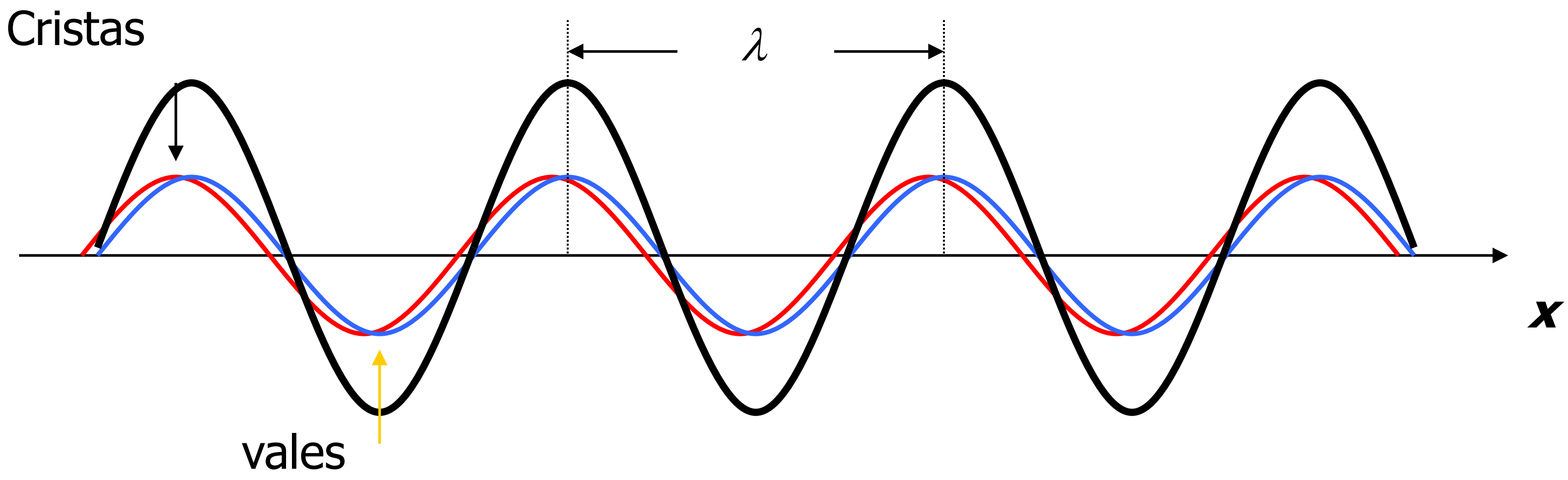


$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Em uma superposição, as ondas não alteram de modo algum a propagação uma da outra.

Interferência de Ondas

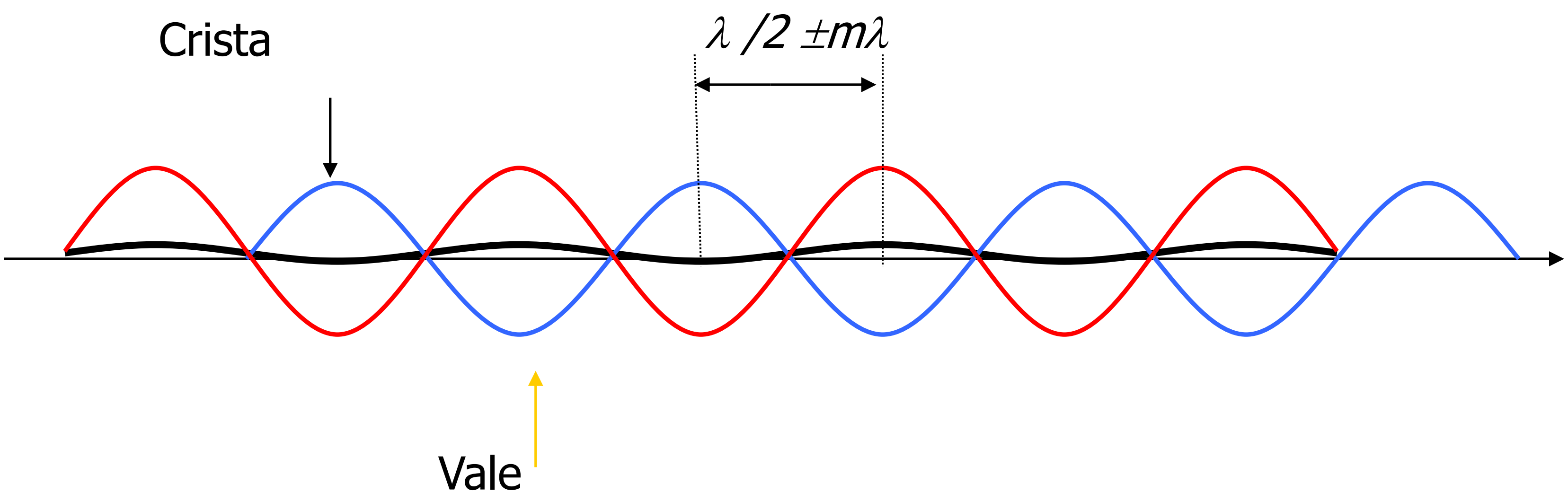
Considere duas ondas senoidais do mesmo comprimento de onda e mesma amplitude se deslocando no mesmo sentido ao longo de uma corda. Que onda resultante teremos?



Elas estão em fase → Interferência construtiva

O fenômeno de combinação de ondas chamamos de INTERFERÊNCIA.

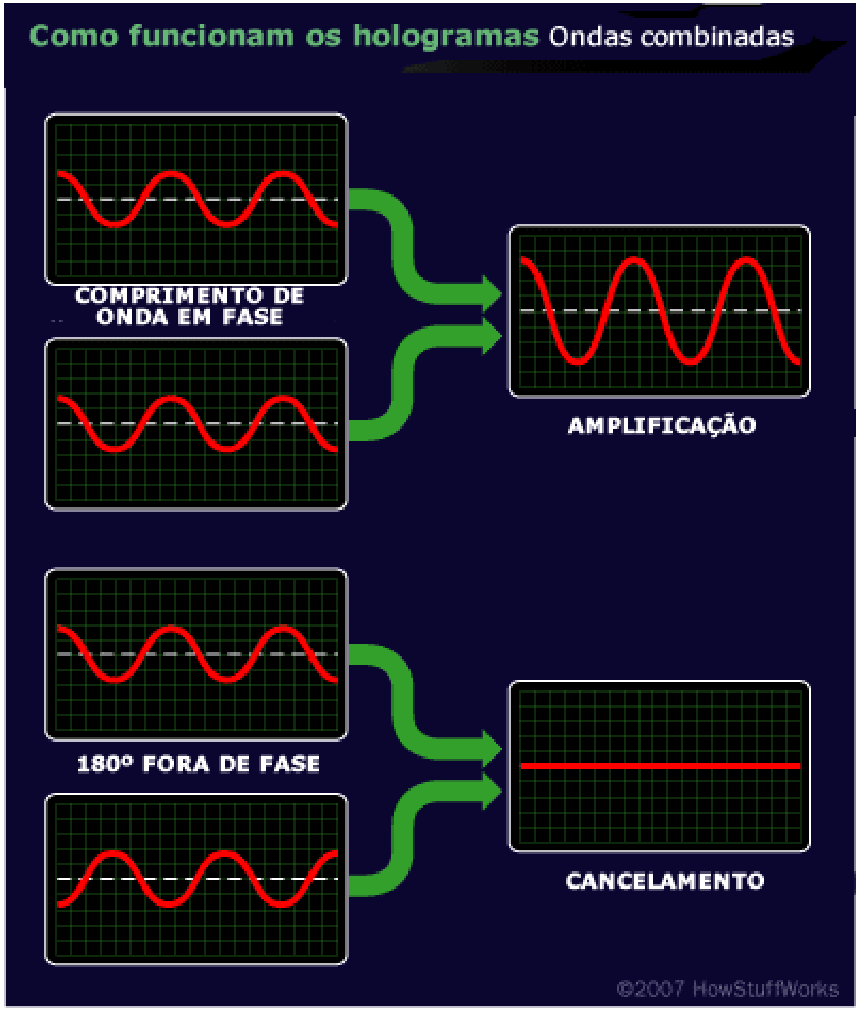
Interferência de Ondas



Elas são fora de fase ➡ Interferência destrutiva

Este tipo de fenômeno se referem apenas aos deslocamento das ondas, a propagação das ondas não são alteradas .

Interferência de Ondas



Equação da onda que sofre interferência

$$y'(x,t)=\left[2y_m\cos\frac{1}{2}\phi\right]sen(kx-\omega t+\frac{1}{2}\phi)$$

A interferência pode ser:

- ✓ Completamente construtiva
- ✓ Completamente destrutiva
- ✓ Intermediária

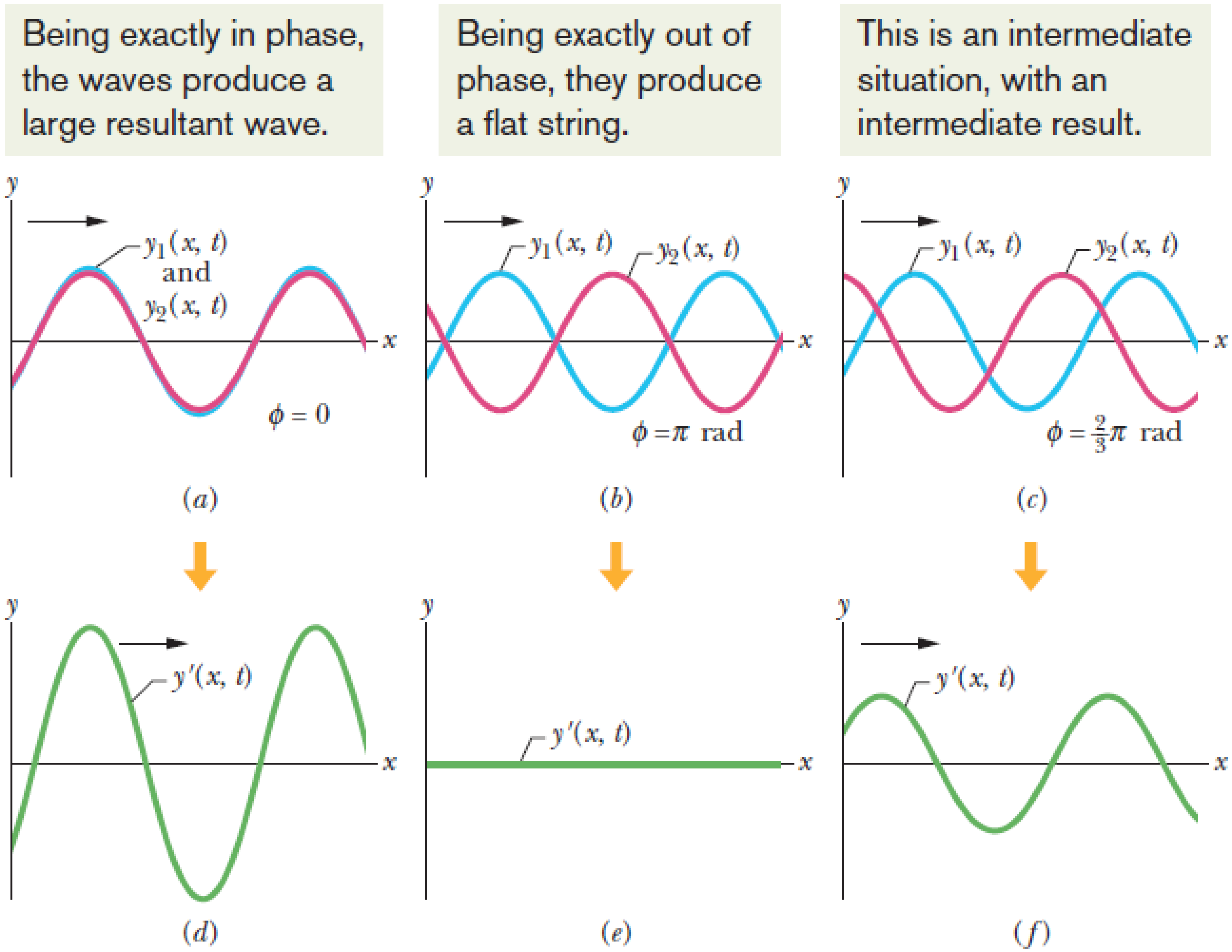
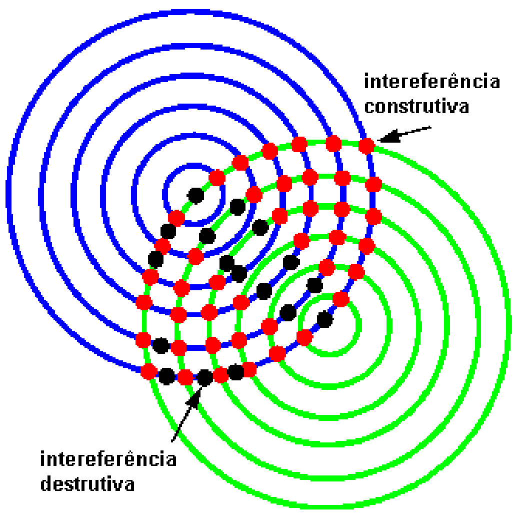


Fig. 16-13 Two identical sinusoidal waves, $y_1(x, t)$ and $y_2(x, t)$, travel along a string in the positive direction of an x axis. They interfere to give a resultant wave $y'(x, t)$. The resultant wave is what is actually seen on the string. The phase difference ϕ between the two interfering waves is (a) 0 rad or 0°, (b) π rad or 180°, and (c) $\frac{2}{3}\pi$ rad or 120°. The corresponding resultant waves are shown in (d), (e), and (f).

Interferência

- Podemos estender o conceito de interferência para dimensões maiores, como na interferência de duas ondas circulares em lago. Nesse caso o padrão de interferência resulta da superposição dos máximos e mínimos da onda em determinados pontos, como mostra a figura abaixo.



Exemplo 1:

Duas ondas senoidais iguais, propagando-se no mesmo sentido em uma corda, interferem entre si. A amplitude y_m das ondas é 9,8 mm e a diferença de fase Ø entre elas é 100^{o} . a) Qual é a amplitude y'_m da onda resultante e qual é o tipo de interferência? . b) Que diferença de fase, em radianos e em comprimentos de onda, faz com que a amplitude da onda resultante seja 4,9 mm.