Universidade Federal do Pampa
UNIPAMPA

Oscilações

Prof. Luis G. Armas

APLICAÇÕES DO MHS

Pêndulo de Torção

$$\tau_z = -\kappa\theta$$

$$\sum \tau_z = I\alpha_z$$

$$-\kappa\theta = I\alpha_z = I\,\frac{d\theta^2}{dt^2}$$

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I}\theta \rightarrow -\omega^2\theta$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa}{I}}$$

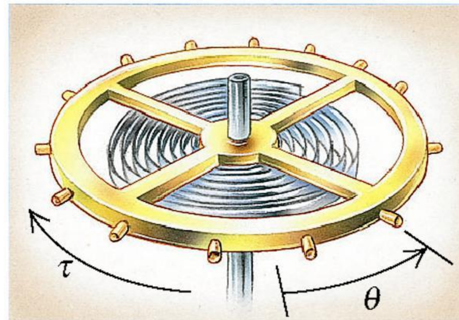
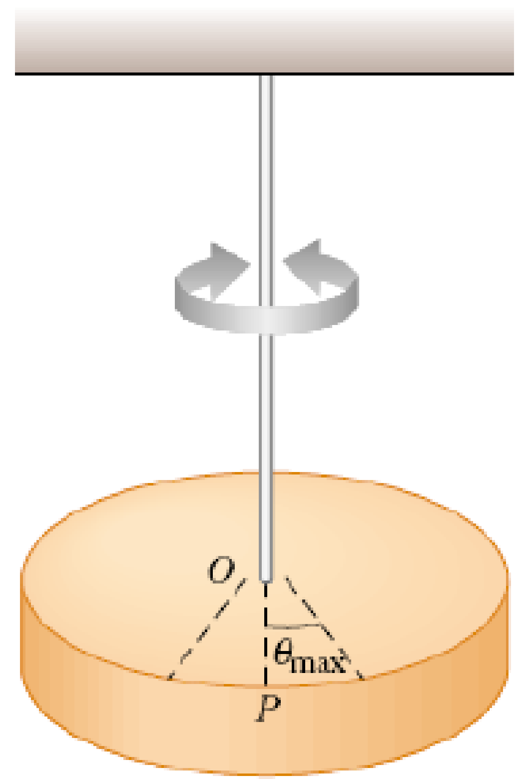


FIGURA 13.16 A roda catarina de um relógio mecânico. A mola helicoidal exerce um torque restaurador proporcional ao deslocamento angular a partir da posição de equilíbrio. Logo, o movimento é um MHS.



Onde :

κ : Constante de rigidez torcional. (depende das propriedades do cabo)

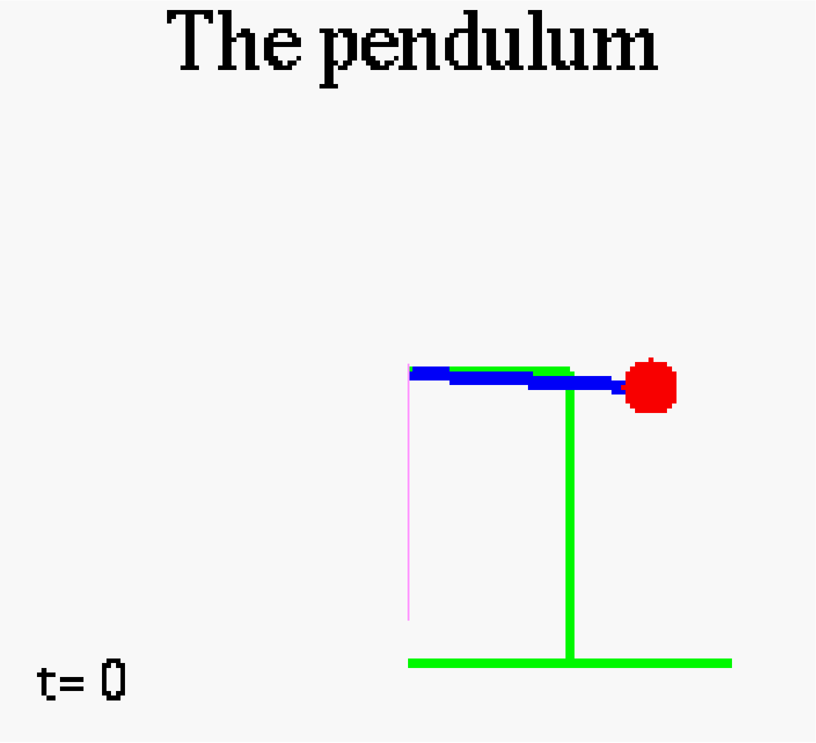
$\sum \tau_z$: Torque restaurador

I : Momento de inércia em relação ao eixo z

θ : Deslocamento angular

α_z : Aceleração angular

Pêndulo simples

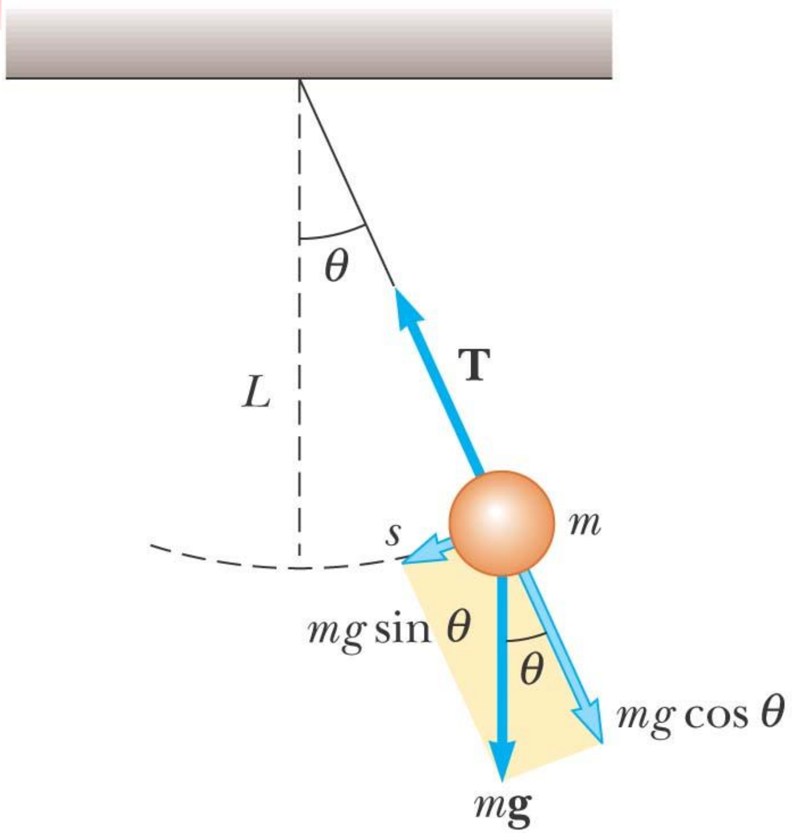


O pêndulo simples também pode exibir um movimento harmónico simples (MHS)

O MHS acontece quando o fio faz um ângulo pequeno com a vertical

⇔ pequena oscilação

Pêndulo simples



O comprimento, L, do pêndulo é constante

Forças que atuam sobre a esfera:

Peso $\rightarrow \vec{P} = m\vec{g}$

Tensão $\rightarrow \vec{T}$

Força tangencial (força restauradora)

$$F_t = -mg\sin\theta = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta \qquad (s = L\theta)$$

Para ângulos pequenos, $\sin\theta \approx \theta \quad \Rightarrow$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta}$$

$$\left(\begin{array}{c}\text{sistema massa - mola}\\ \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{k}{m}x\end{array}\right)$$

Este resultado confirma que o movimento é o MHS

A função θ que satisfaz a equação diferencial: $$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta$$ é

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi)$$

$$\left(\begin{array}{c}\text{sistema massa - mola} \\ x = A\cos(\omega t + \phi)\end{array}\right)$$

onde

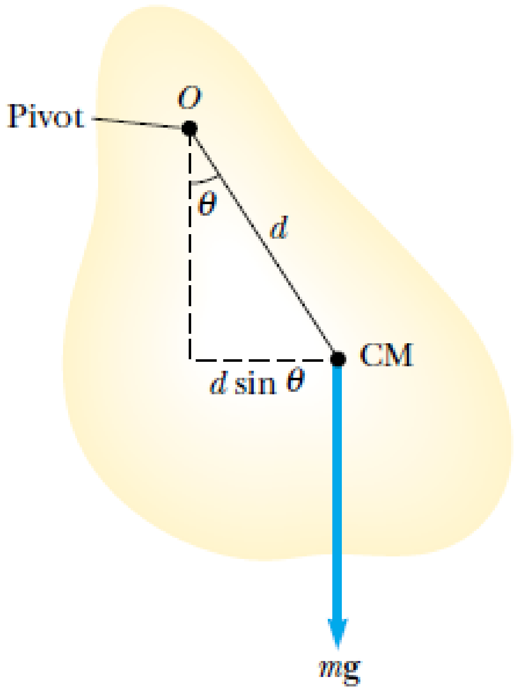
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$ → é a frequencia angular

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$ → o período

Pêndulo Físico

✓ O pêndulo físico é qualquer pêndulo real, que usa um corpo de volume finito.

$$\tau_z = -(mg)(d sen\theta)$$



✓ Para pequenas oscilações, o movimento é aproximadamente harmônico simples.

$$\tau_z = -(mgd)\theta$$

✓ A equação do movimento $\sum \tau_z = I\alpha_z$

$$-(mgd)\theta = I\alpha_z = I\frac{d\theta^2}{dt^2}$$

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = -\frac{mgd}{I}\theta \rightarrow -\omega^2\theta$$

Pêndulo Físico

✓ A **freqüência angular** (ω) de um pêndulo físico com amplitude pequena será

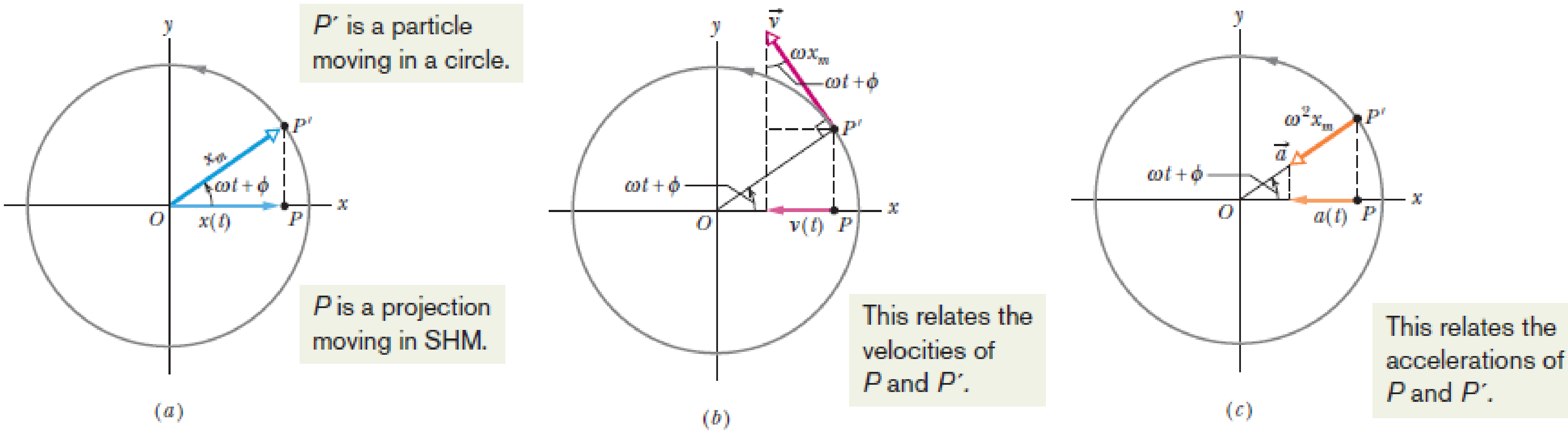
$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

✓ A **freqüência (f) e o período (T)** correspondente são:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

MHS e MCU (Movimento Circular Uniforme)

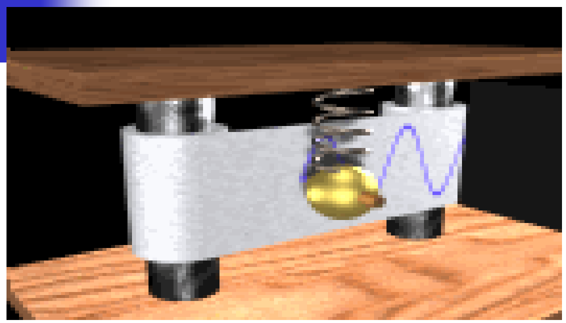


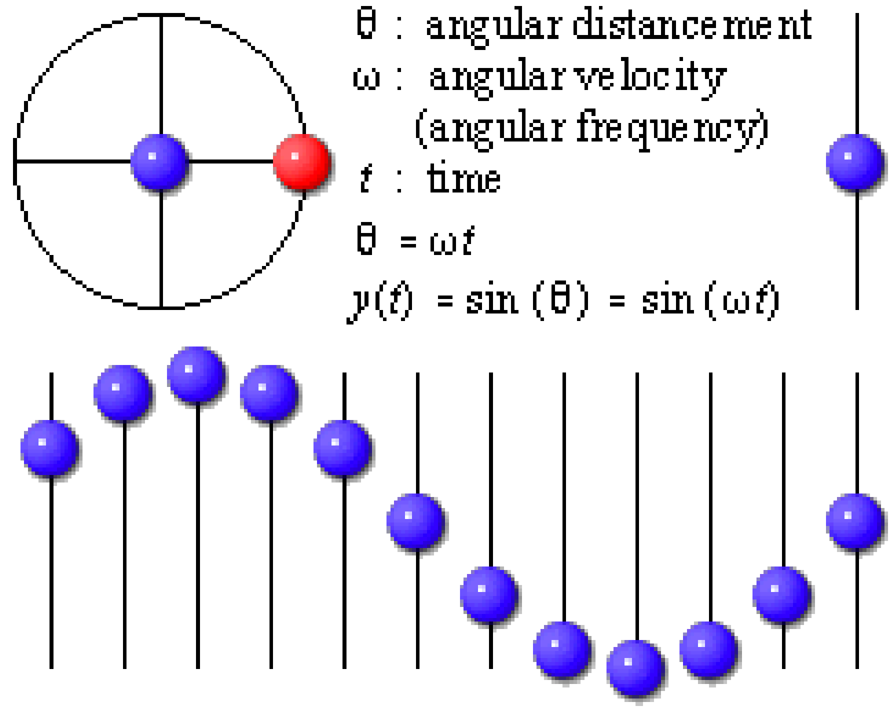
$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi),$$

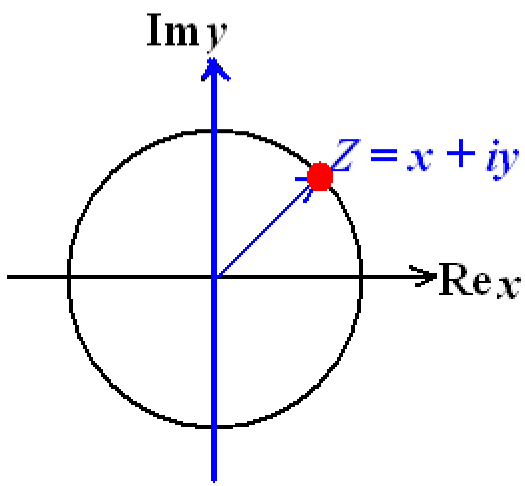
$$v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi),$$

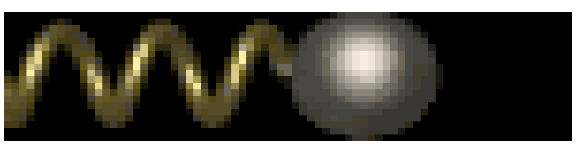
$$a(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi),$$

Formalismo Complexo para Descrição do Movimento Circular



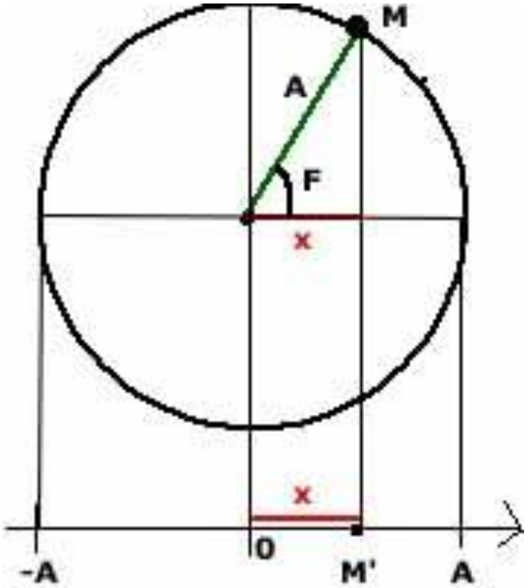


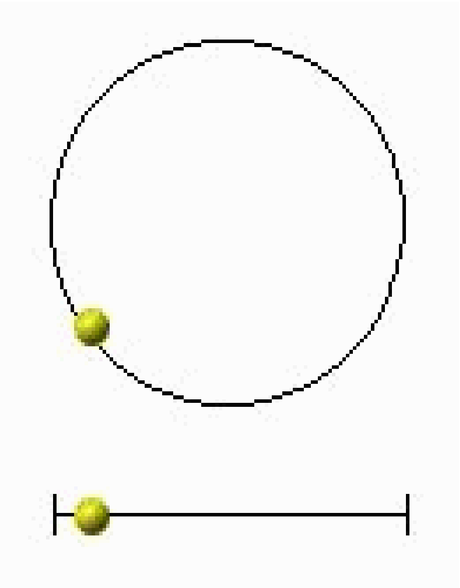


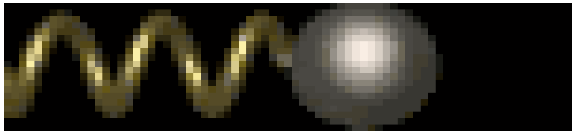


Analogia MHS-MCU

$X_m = A$





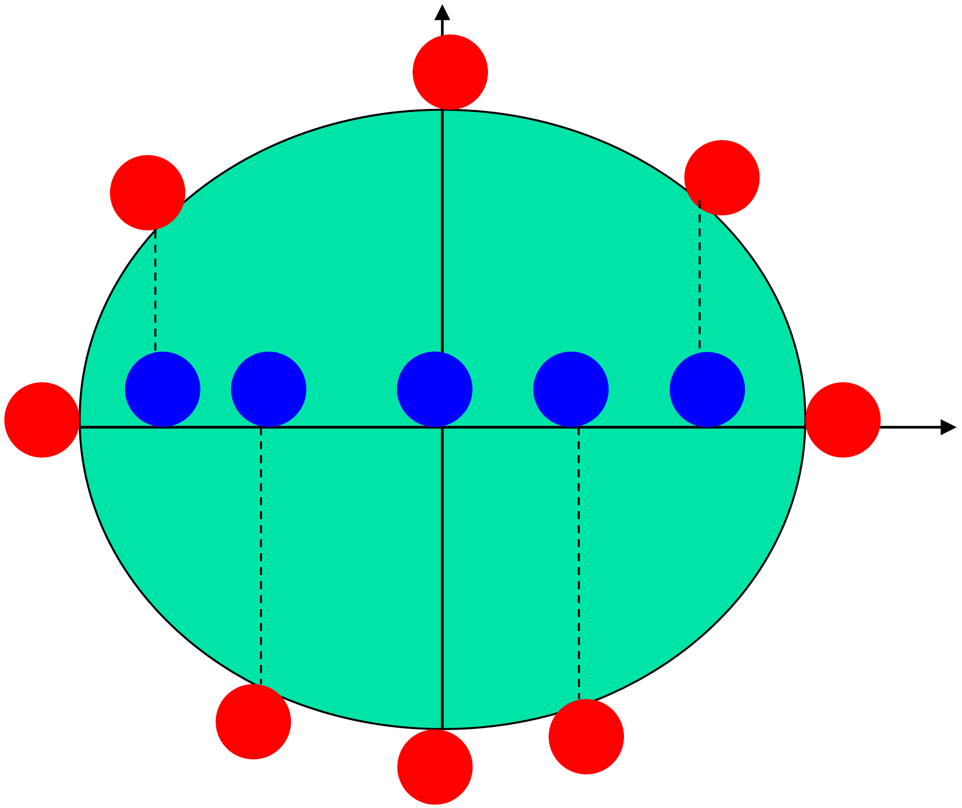


X_m → Amplitude (cm, m,...)

v → velocidade (cm/s, m/s,...)

a → Aceleração (m/s^2)

φ_0 → Fase Inicial (rad)



Enquanto uma partícula descreve um MCU, sua projeção descreve um MHS.