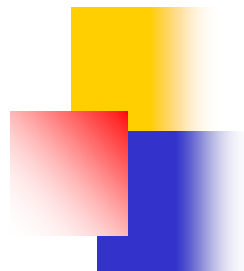


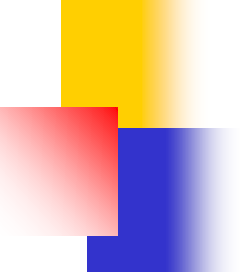


**Universidade Federal do Pampa**  
**UNIPAMPA**

**Fluidos**  
**Hidrostática e Hidrodinâmica**



# 2- HIDRODINÂMICA

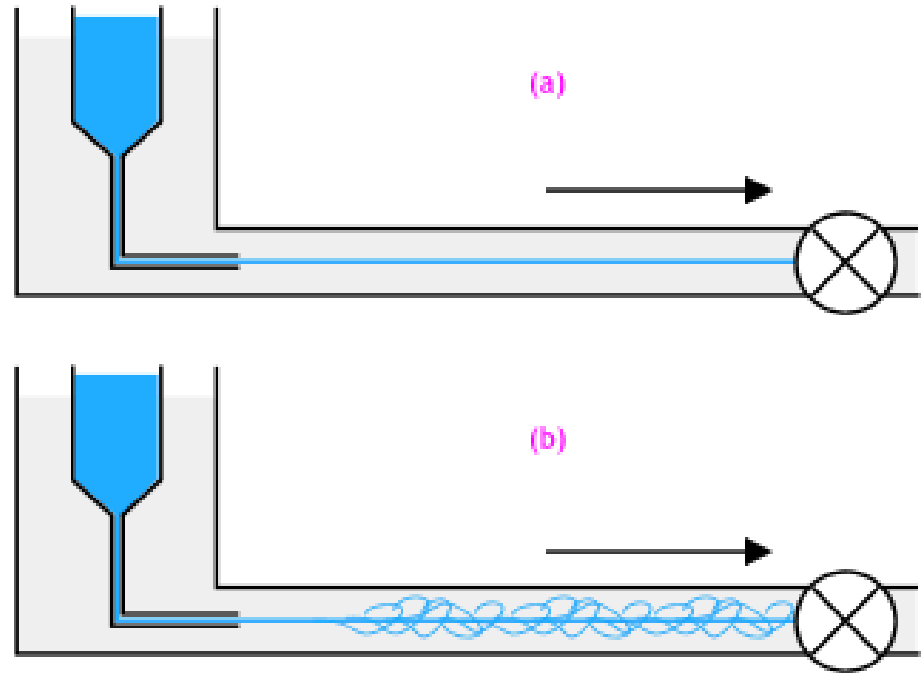


# 2- HIDRODINÂMICA

## CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO

Quando um fluido está em movimento seu fluxo ou escoamento pode ser:

- **Estacionário ou laminar** → se cada partícula do fluido seguir uma trajetória suave, sem cruzar com as trajetórias das outras partículas, e a velocidade não muda com o tempo
- **Turbulento** → acima de uma determinada velocidade crítica o fluxo torna-se turbulento  
É um escoamento irregular, caracterizado por regiões de pequenos redemoinhos



O regime de escoamento, é determinado pela seguinte quantidade adimensional, (obtida experimentalmente) chamada número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{\rho v d}{\eta}$$

$\rho$  → densidade

$v$  → velocidade

$d$  → espessura do fluido (diâmetro da conduta)

$\eta$  → coef. viscosidade

laminar se  $N_R < 2\ 000$

turbulento se  $N_R > 3\ 000$

Instável → muda de um regime para outro, se  $2\ 000 < N_R < 3\ 000$

**Velocidade aumenta,  
número de Reynolds aumenta,  
Fluxo passa a ser turbulento**



# FORÇA DE ATRITO EM FLUIDOS (OU FORÇA DE ARRASTE)

A força de arraste num fluido, ao contrário do que acontece com a força de atrito que tratamos anteriormente na mecânica, é uma força dependente da velocidade

A força de arraste num fluido apresenta dois regimes:

- PARA PEQUENAS VELOCIDADES  $\longrightarrow \vec{F} = -b\vec{v}$

onde  $b$  é o coeficiente da força de atrito e  $\vec{v}$  é a velocidade do corpo

$b$  depende da massa e da forma do objeto

A força resultante que actua sobre um corpo que cai perto da superfície terrestre, considerando o atrito com o ar é

$$\vec{f} = m\vec{g} - b\vec{v}$$

Por causa da aceleração da gravidade, a velocidade aumenta.

A velocidade para a qual a força total  $\vec{f}$  é nula chama-se velocidade limite

$$0 = mg - bv_L \implies v_L = \frac{mg}{b}$$

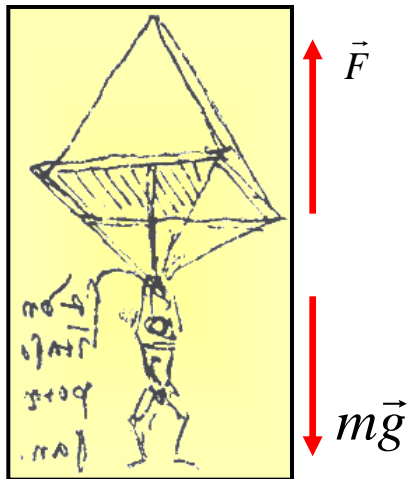
O movimento torna-se rectilíneo e uniforme (velocidade constante)

• PARA VELOCIDADES ALTAS  $\longrightarrow F = \frac{1}{2} \rho A C v^2 \longrightarrow$  Fluxo turbulento

$C$ : coeficiente de arraste (adimensional)  $A$ : área da seção transversal do corpo

$\rho$  : densidade do meio

Desenho de Leonardo da Vinci, de 1483:



$$0 = mg - F$$

$$mg = \frac{1}{2} \rho A C v_L^2$$

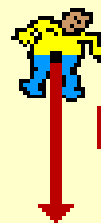
$$v_L = \sqrt{\frac{2mg}{\rho AC}}$$



Salto realizado por Adrian Nicholas, 26/6/2000

## Exemplo 1:

$$\vec{f} = m\vec{g} - F_{\text{atrito}}$$



$$F_{\text{grav}} = 1000 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m}$$

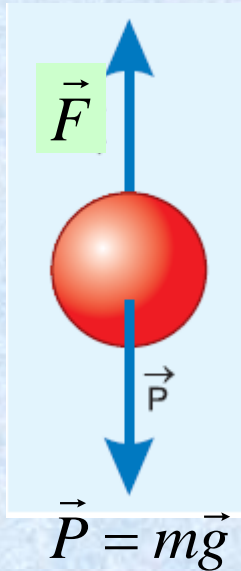
$$a = \frac{1000 \text{ N}}{100 \text{ kg}}$$

$$a = 10.0 \text{ m/s}^2$$

(down)

## Exemplo 2: Gota de chuva

### GOTA DE CHUVA



Quando andamos sob a chuva, as gotas que caem não nos magoam. Isso ocorre porque as gotas de água não estão em queda livre, mas sujeitas a um movimento no qual a resistência do ar tem que ser considerada

$$\vec{f} = m\vec{g} - F_{\text{atrito}}$$

### Velocidade limite de uma gota de chuva

Com a resistência do ar:  $v \approx 27 \text{ km/h}$

Sem a resistência do ar:  $v \approx 550 \text{ km/h}$



Muitas das características dos fluidos reais em movimento podem ser compreendidas considerando-se o comportamento dum fluido ideal

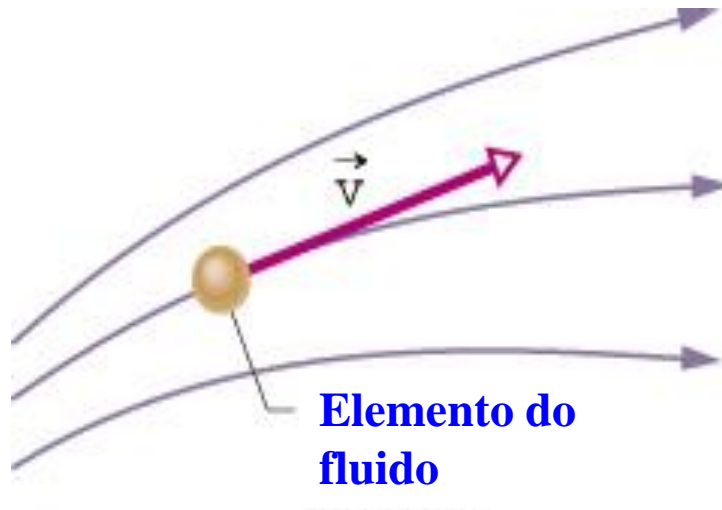
Adoptamos um modelo de simplificação baseado nas seguintes suposições

1. **Fluido não viscoso** → não apresentam qualquer resistência ao seu movimento
2. **Fluido incompressível** → a densidade,  $\rho$ , tem um valor constante
3. **Escoamento laminar** → a velocidade do fluido em cada ponto não varia com o tempo
4. **Escoamento irrotacional** → Qualquer ponto no interior do fluido não roda sobre si mesmo (não tem momento angular)

Os pressupostos 1 e 2 são propriedades do nosso fluido ideal

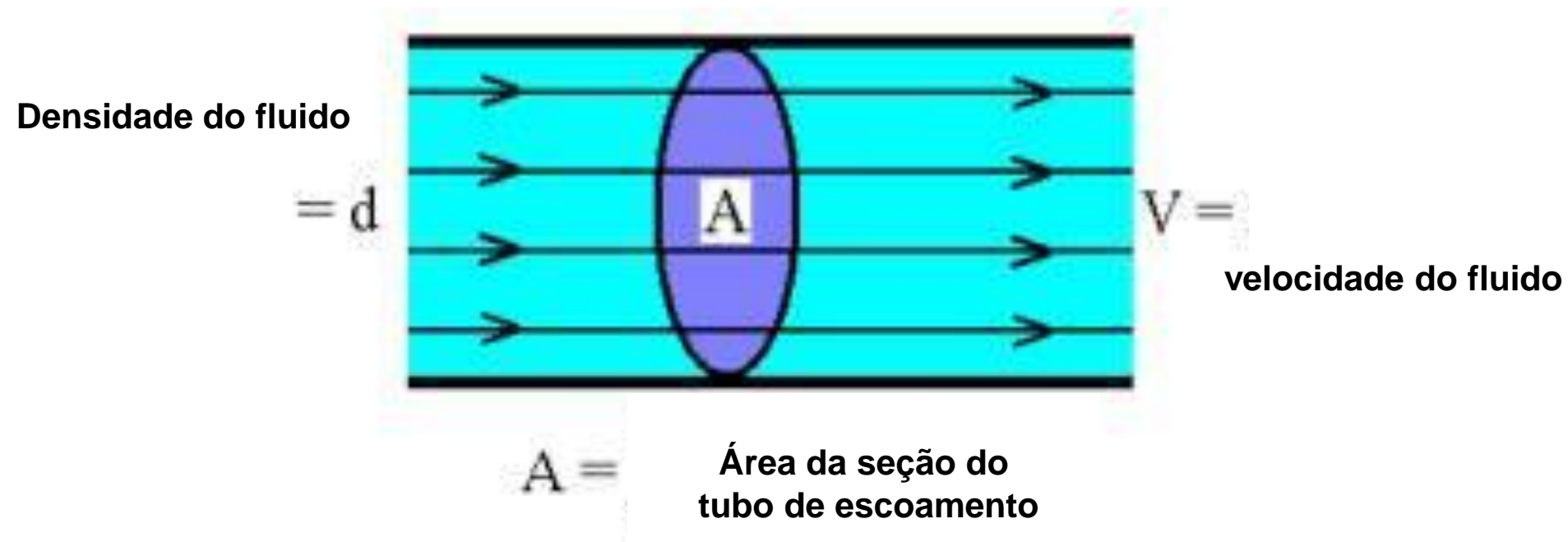
Os pressupostos 3 e 4 são descrições da maneira como o fluido esco

**A trajetória percorrida por uma partícula de fluido num escoamento laminar é chamada linha de corrente**



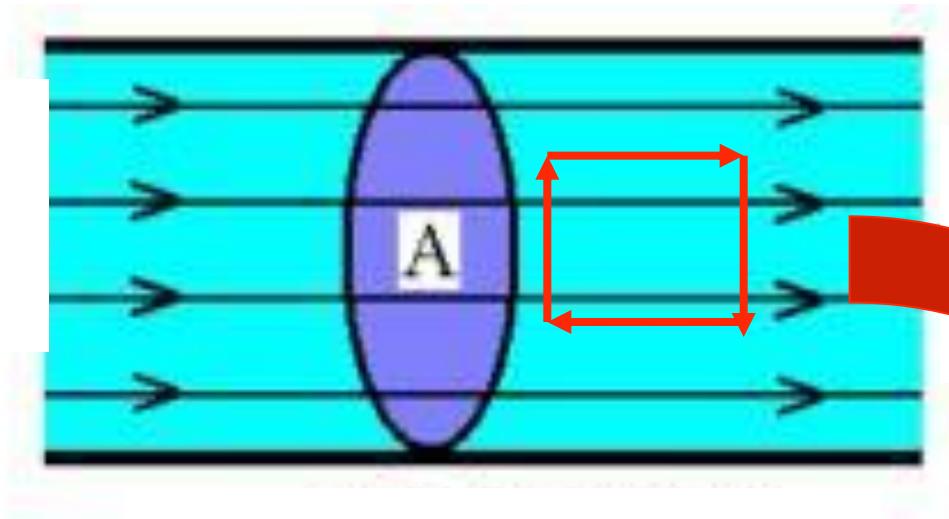
**A velocidade da partícula é sempre tangente à linha de corrente**

# Equação da continuidade & fluxo



$$\phi = vA \rightarrow \text{caudal volúmico (ou vazão)}$$

# Fluxo irrotacional



$$\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = 0$$

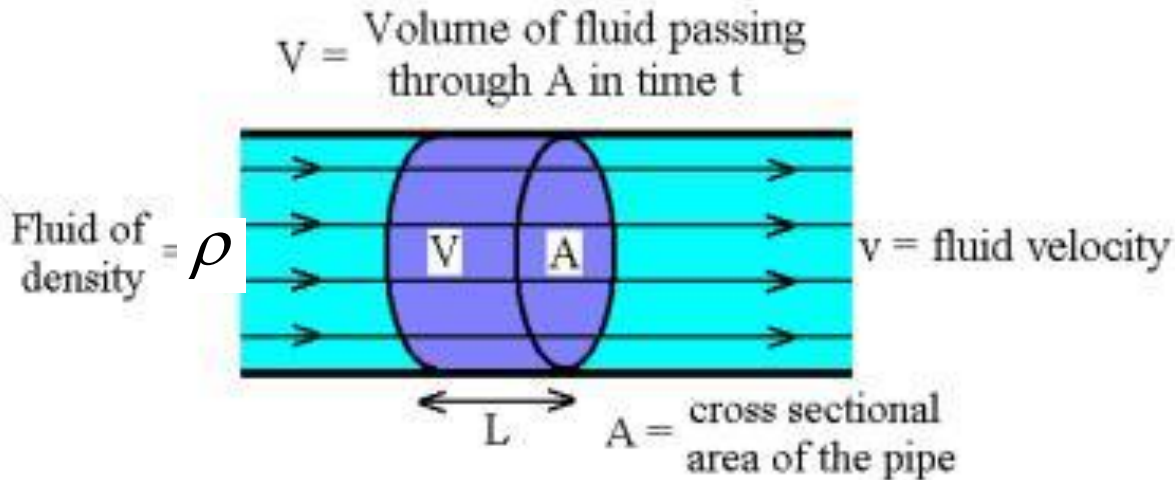
O fluxo é irrotacional se a integral da velocidade ao longo de uma trajetória fechada no fluido for nula

Compare com o redemoinho!

# Equação da continuidade

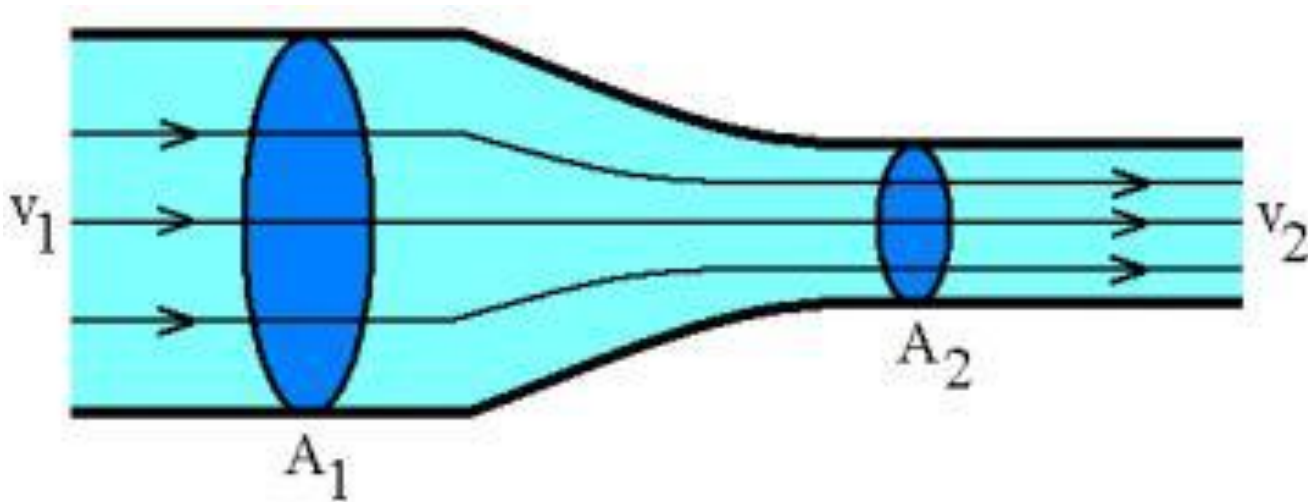
Fluxo de massa:

$$\frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \frac{\rho A L}{t} = \rho A \frac{L}{t}$$



$$\frac{m}{t} = \rho A v$$

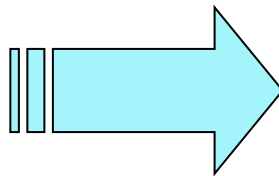
# Equação da continuidade: conservação da massa



$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

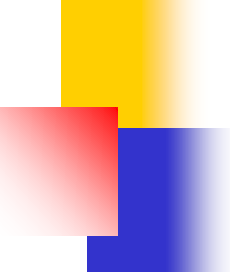
Fluidos incompressíveis:  $\rho = cte$

Vazão



$$Av = cte$$

$m^3 / s$


$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$R_v = Av = cte$$

Vazão volumétrica ( $\text{m}^3 / \text{s}$ )

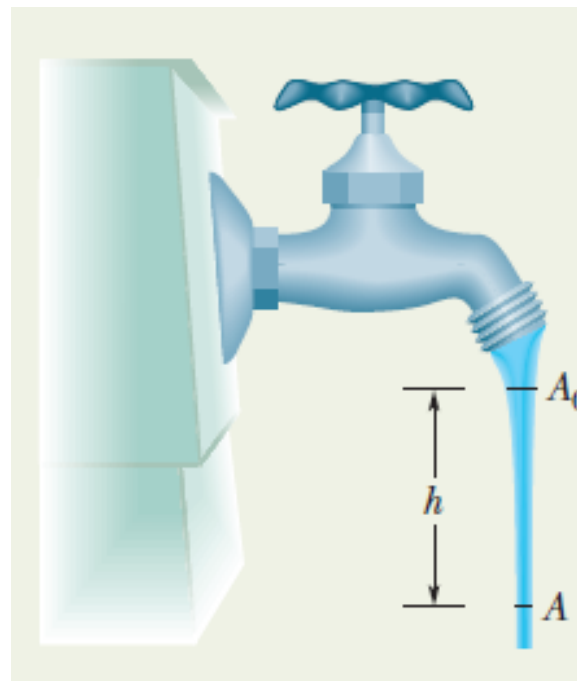
$$R_m = \rho R_v = \rho Av = \text{a constant} \quad (\text{mass flow rate}).$$

Taxa de escoamento de massa ( $\text{kg} / \text{s}$ )



## Exemplo:

A figura mostra como uma corrente de água que sai de uma torneira afina quando cai. As áreas das seções transversais indicadas são  $A_0 = 1,2 \text{ cm}^2$  e  $A = 0,35 \text{ cm}^2$ . Os dois níveis estão separados por uma distância vertical  $h = 45 \text{ mm}$ . Qual é a vazão da torneira?





# EQUAÇÃO DE BERNOULLI

## Do teorema trabalho-energia

O trabalho realizado por todas as forças do sistema é igual à variação de energia cinética,

$$W_{total} = W_P + W_{Fg} = \Delta K$$

Sabendo que  $P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA$

O trabalho realizado ao aplicarmos uma força  $F$  sobre a área  $A$ , para forçar um fluido a deslocar-se  $\Delta x$  no cilindro

$$W_{P_1} = F_1 \Delta x_1 = (p_1 A_1) \Delta x_1$$

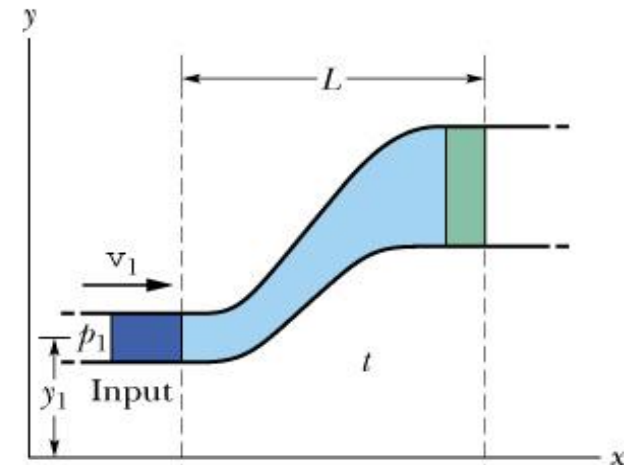
$$W_{P_2} = -F_2 \Delta x_2 = -(p_2 A_2) \Delta x_2$$

$$(PA) \Delta x = PV$$

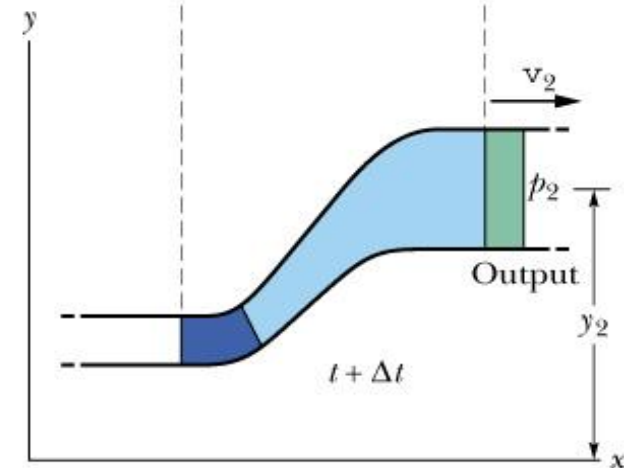
$$\begin{cases} W_{P_1} = p_1 V \\ W_{P_2} = p_2 V \end{cases}$$

$$W_P = W_{P_1} + W_{P_2} = p_1 V - p_2 V \Rightarrow$$

$$W_P = (p_1 - p_2) V$$



(a)



(b)

$$W_{total} = W_P + W_{Fg} = \Delta K$$

Trabalho da força gravitacional

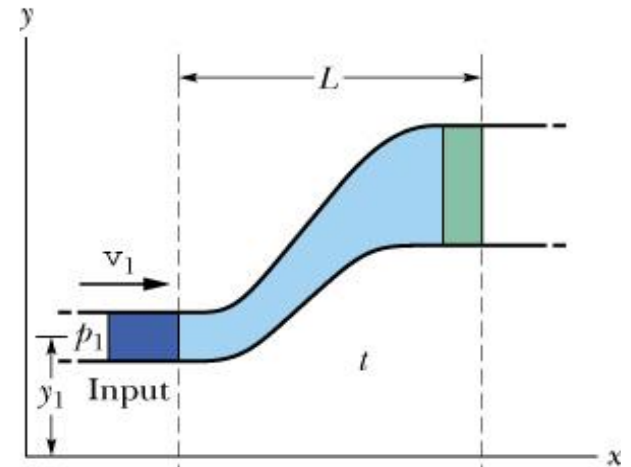
$$W_{Fg} = -\Delta U = -mg(y_2 - y_1)$$

$$W_{Fg} = -\rho V g (y_2 - y_1)$$

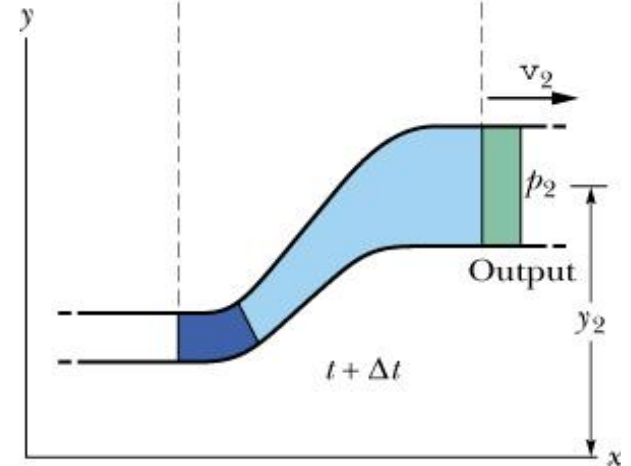
Variação da energia cinética

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

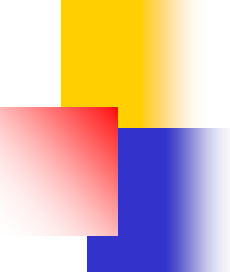
$$\Delta K = \frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2)$$



(a)



(b)


$$W_{total} = W_P + W_{Fg} = \Delta K$$

$$(p_1 - p_2)V - \rho Vg(y_2 - y_1) = \frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2)$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$$

**Equação fundamental da hidrodinâmica ↔ equação de Bernoulli**

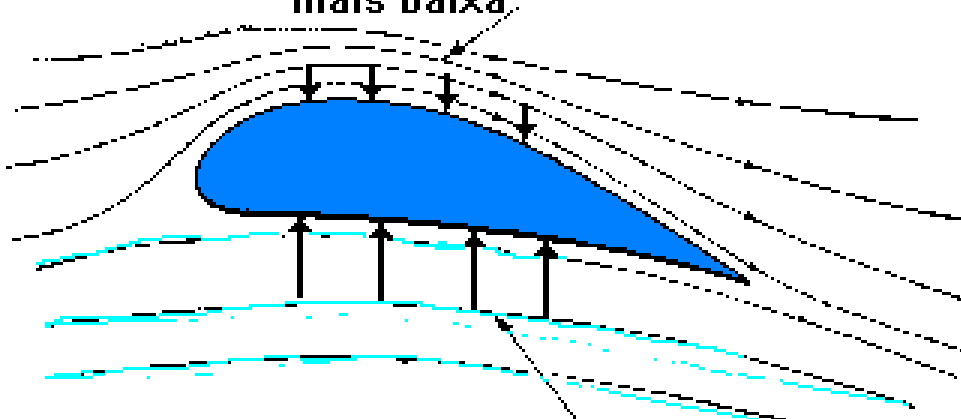


## **Aplicação:** A força que sustenta os aviões

A asa de um avião é mais curva na parte de cima. Isto faz com que o ar passe mais rápido na parte de cima do que na de baixo da asa.

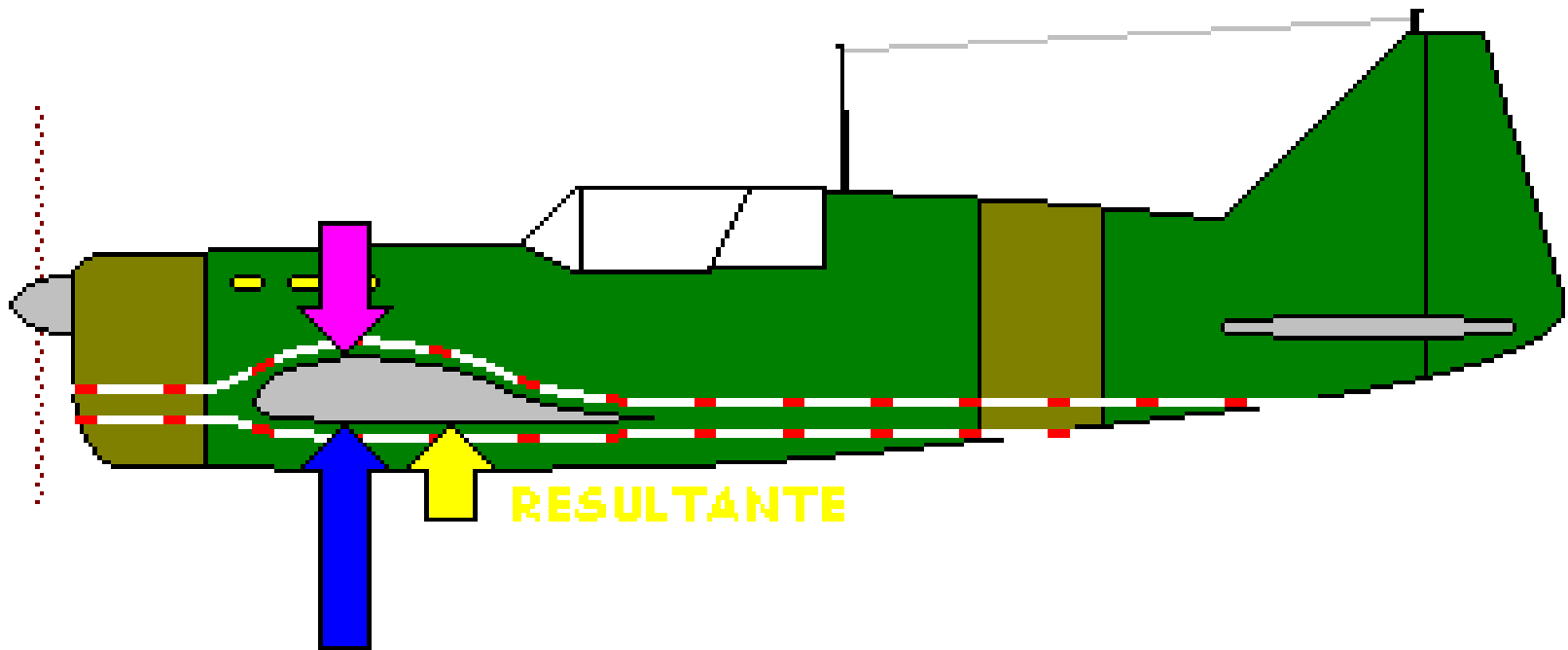
**De acordo com a equação de Bernoulli, a pressão do ar em cima da asa será menor do que na parte de baixo, criando uma força que sustenta o avião no ar**

À maior velocidade da corrente de ar corresponde uma pressão mais baixa



À menor velocidade da corrente de ar corresponde uma pressão mais alta





→ Força de sustentação

## Exemplo 1:

Etanol com densidade  $\rho = 791 \text{ kg/m}^3$ , escoia suavemente através de um tubo horizontal cuja área de seção transversal  $A_1 = 1,2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  para  $A_2 = A_1/2$ . A diferença das pressão entre as seções larga e estreita do tubo é de 4120 Pa. Qual é a vazão  $R_V$  do etanol?

## Exemplo 2:

Um bandido dispara uma bala em um tanque de água aberto, criando um furo abaixo da superfície da água. Qual é a velocidade da água ao sair do tanque?

