

Medidas em Laboratório

Prof. Luis E. Gomez Armas

**Lab. de Física – Unipampa,
Alegrete
1º Semestre 2014**

Sumário

- O que é fazer um experimento?
- Medidas diretas e indiretas
- Erros e sua classificação
- Algoritmos significativos
- Incerteza da medida
- Média, desvio da média e desvio absoluto
- Operações matemáticas com incertezas
- Análise gráfica (Método dos mínimos quadrados)

1-O que é fazer um experimento?

Realizar medidas



Sujeita a erros e incertezas



Perguntas



Qual o valor que se deve adotar como o mais representativo?

Com que grau de confiança pode-se afirmar que o número adotado representa este valor?



Regras para estimar estes erros e incertezas

2- Medidas diretas e indiretas

a) Medidas diretas

Quando se utiliza um instrumento já calibrado para fazer a medida e com isso se faz uma comparação.

Ex: Cronômetro, régua, balança etc.

b) Medidas indiretas

Utilizando as medidas diretas, encontra-se uma grandeza derivada

Ex: velocidade

3- Classificação dos erros

3.1- Erros Grosseiros: São aqueles cometidos devido a falta de atenção ou de prática do operador.

- Erros cometidos em operações matemáticas
- erro na leitura do instrumento de medida. Ex: régua
- Engano na leitura de uma escala. Ex: mV-V

3.2- Erros sistemáticos: São aqueles decorrentes de causas constantes e se caracterizam por ocorrerem com os mesmos valores e sinal.

- Erros devido a aparelhos descalibrados
- Uso de equações inadequadas

3.3- Erros aleatórios : São aqueles que acontecem ao acaso resultante de pequenos erros independentes e incontroláveis. Neste caso, o valor médio entre várias medidas representa o valor mais próximo do valor verdadeiro.

- Variações no ambiente do laboratório
- Flutuações dos instrumentos de medida ligados na rede elétrica

4- Algarismos significativos

São aqueles em que é possível atribuir um significado físico concreto. Estimativa também é significativo.



Entre 1,54 e 1,56 cm

Exemplos:

- a) 35 =
- b) 4,50 =
- c) 0,047 =
- d) 2800 =

4.1- Regras sobre algarismos significativos (AS)

a) Ao efetuar uma mudança de unidades de medida, o número de AS não se altera.

Ex: $4,94 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

OBS: Zeros a esquerda do número não são significativos

b) OPERAÇÕES

-**SOMA E SUBTRAÇÃO:** O resultado final tem um número de casas decimais igual ao da parcela com MENOS CASAS DECIMAIS.

Ex: $4,32 + 2,1 =$

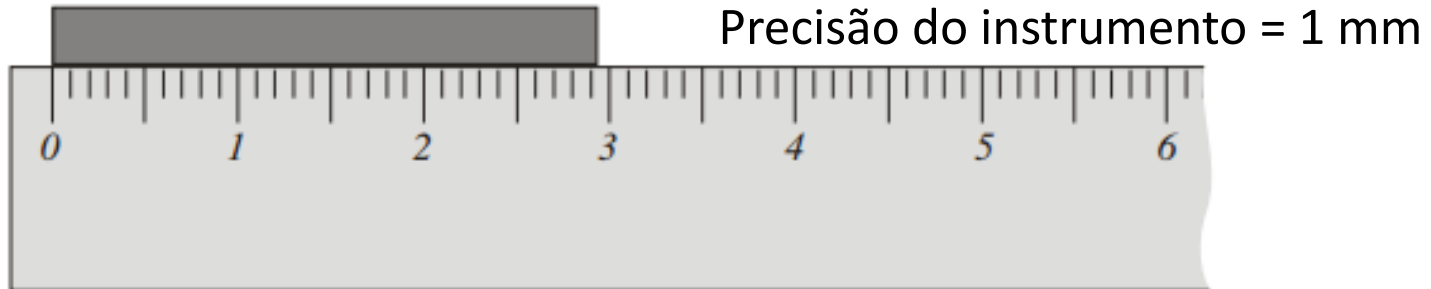
Ex: $4,37 + 3,285 =$

-**MULTIPLICAÇÃO OU DIVISÃO DE DUAS MEDIÇÕES:** O resultado final tem um número de AS igual ao do fator com MENOR NÚMERO DE AS.

Ex: $4,32 \text{ cm} \times 2,1 \text{ s} = 9,072 \text{ cm.s} = 9,1 \text{ cm.s}$

5- Incerteza de uma medida (δ)

Uma medida não é um número e sim um intervalo. Como determinar a incerteza?



-Valor medido: $2,9 \leq m \leq 3,0$ (intervalo conhecido como intervalo de confiança (IC)).

OBS: O IC é no mínimo igual a precisão do instrumento.

A incerteza (δ) de uma medida corresponde a metade do IC:

$$\delta = \frac{m_{max} - m_{min}}{2}$$
$$\delta = \frac{IC}{2}$$

Representação da medida: $m = \bar{m} + \delta$

onde $\bar{m} = \frac{m_{max} + m_{min}}{2}$

PS: A incerteza de uma medida só tem um algarismo significativo

6- Incerteza de um conjunto de medidas

Quando uma série de medidas é realizada para uma determinada grandeza, é conveniente expressar o valor final como a **média aritmética** dos valores medidos e a incerteza pode ser dada pelos **desvios** em relação a média.

-**Valor Médio:** Num conjunto de medidas, o valor médio é dado por: $\bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$

-**Desvio (d_i):** Corresponde a diferença entre o valor medido (x_i) e o valor médio.

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

- **Desvio médio absoluto (d):** Corresponde a média aritmética dos valores absolutos dos desvios d_i

$$d = \frac{\sum_1^n |d_i|}{n}$$

A medida da grandeza x é dada por: $x = \bar{x} \pm d$

OBS: Se o desvio médio absoluto for menor que a incerteza do instrumento de medida, usa-se como erro a incerteza de instrumento de medida

Exemplo:

Considere uma série de medidas do diâmetro de um fio ϕ , feitas com um instrumento cuja precisão é de 0,05 cm.

ϕ (cm)	2.05	2.00	2.05	2.10	1.95
-------------	------	------	------	------	------

7-Operações matemáticas com medidas

Considere as medidas ao lado

$$A = a \pm \delta_a$$

$$B = b \pm \delta_b$$

7.1 - Soma das medidas

$$A + B = (a + b) \pm \frac{(Máx - Mín)}{2}$$

$$Máx = (a + \delta_a) + (b + \delta_b)$$

$$Mín = (a - \delta_a) - (b - \delta_b)$$

7.2 - Subtração das medidas

$$A - B = (a - b) \pm \frac{(Máx - Mín)}{2}$$

$$Máx = (a + \delta_a) - (b - \delta_b)$$

$$Mín = (a - \delta_a) - (b + \delta_b)$$

7.3 - Multiplicação das medidas

$$A \times B = (a \times b) \pm \frac{(Máx - Mín)}{2}$$

$$Máx = (a + \delta_a) \times (b + \delta_b)$$

$$Mín = (a - \delta_a) \times (b - \delta_b)$$

7-Operações matemáticas com medidas

Considere as medidas ao lado

$$A = a \pm \delta_a$$

$$B = b \pm \delta_b$$

7.4 - Divisão das medidas

$$\frac{A}{B} = \left(\frac{a}{b} \right) \pm \frac{(Máx - Mín)}{2}$$

$$Máx = \frac{(a + \delta_a)}{(b - \delta_b)}$$

$$Mín = \frac{(a - \delta_a)}{(b + \delta_b)}$$

7.5 - Exponenciação das medidas

$$B^3 = b^3 \pm \frac{(Máx - Mín)}{2}$$

$$Máx = (b + \delta_b)^3$$

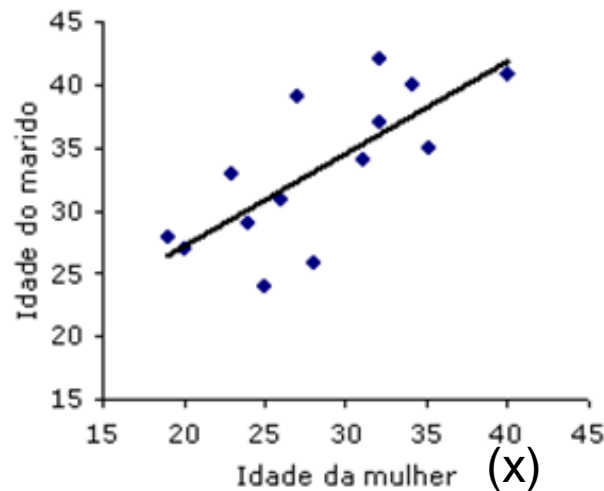
$$Mín = (b - \delta_b)^3$$

8- Análise gráfica: Método dos mínimos quadrados

Ajuda a interpretar relações existentes entre os dados experimentais. Um gráfico nos mostra o maior número possível de informações.

8.1- Guia para representação gráfica.

- Variável independente no eixo x e variável dependente no eixo y.
- Os nomes das grandezas devem ser escritos na parte inferior e lateral esquerda, com suas unidades entre parenteses
- As escalas devem ser escolhidas de acordo com os dados experimentais e não precisam ser iguais nos eixos x e y.



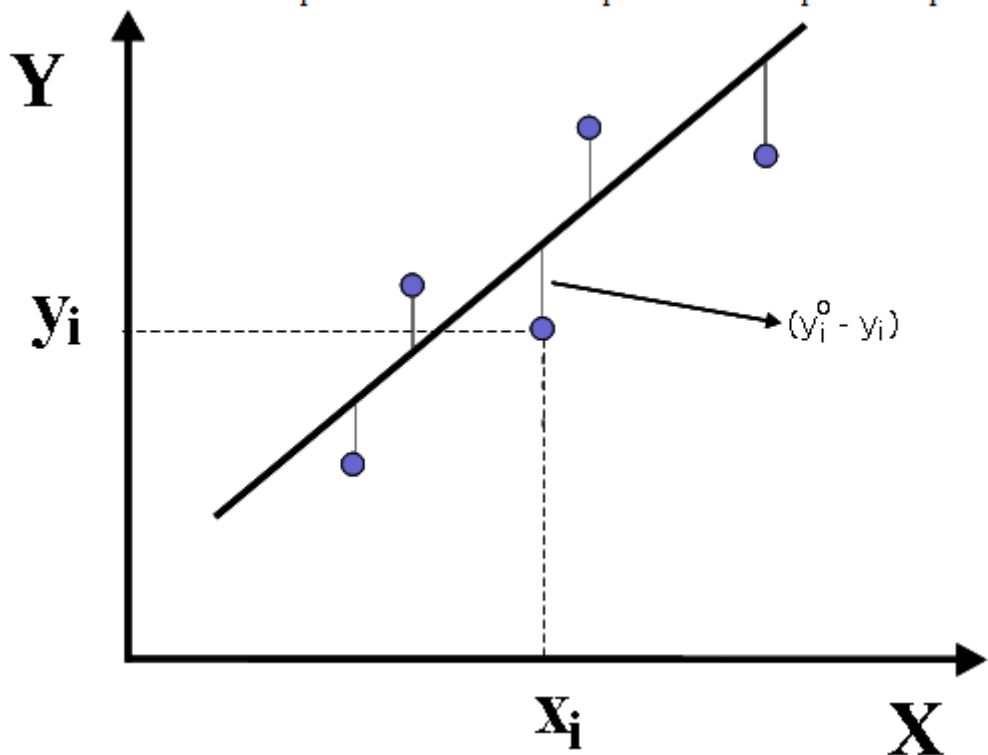
8.2- Determinação gráfica dos parâmetros de uma função linear

Para encontrar a reta que melhor se ajusta aos pontos experimentais usamos as seguintes relações:

$$y = Ax + B \quad \text{onde} \quad A = \frac{n \sum_1^n x_i y_i - \sum_1^n x_i \sum_1^n y_i}{n \sum_1^n x_i^2 - (\sum_1^n x_i)^2} \quad B = \bar{y} - A\bar{x}$$

$$S \equiv \sum_{i=1}^N (y_i^o - y_i)^2$$

y_i^o = valores observados de y
 y_i = valores calculados de y



Exemplo

Tabela 1. Valores experimentais da posição de um carrinho em função do tempo.

X - tempo (s)	Y - posição (m)
0,100	0,51
0,200	0,59
0,300	0,72
0,400	0,80
0,500	0,92

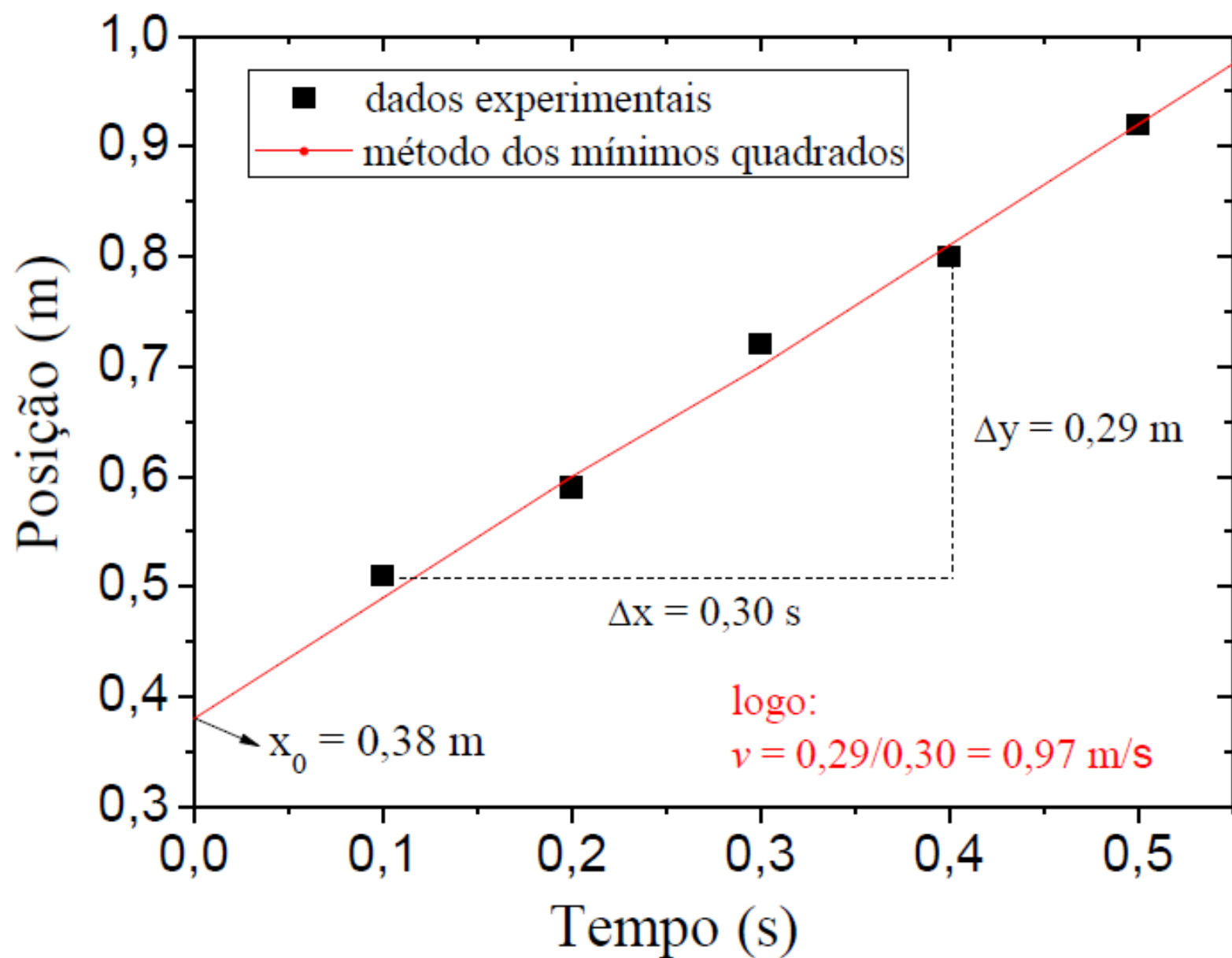
Tabela 2. Tabela contendo os valores de x, y, x.y e x², e suas respectivas somatórias.

x(s)	y(m)	x.y	x ²
0,100	0,51	0,051	0,0100
0,200	0,59	0,120	0,0400
0,300	0,72	0,220	0,0900
0,400	0,80	0,320	0,1600
0,500	0,92	0,460	0,2500
$\Sigma x = 1,50$	$\Sigma y = 3,54$	$\Sigma x.y = 1,17$	$\Sigma x^2 = 0,55$

$$a = \frac{N \left(\sum_i x_i y_i \right) - \left(\sum_i x_i \right) \left(\sum_i y_i \right)}{N \left(\sum_i x_i^2 \right) - \left(\sum_i x_i \right)^2}$$
$$b = \frac{\left(\sum_i y_i \right) \left(\sum_i x_i^2 \right) - \left(\sum_i x_i y_i \right) \left(\sum_i x_i \right)}{N \left(\sum_i x_i^2 \right) - \left(\sum_i x_i \right)^2}$$

$$a = \frac{5 \times 1,17 - 1,50 \times 3,54}{5 \times 0,55 - (1,50)^2} = \frac{5,85 - 5,31}{2,75 - 2,25} = \frac{0,54}{0,50} = 1,08$$

$$b = \frac{0,55 \times 3,54 - 1,17 \times 1,50}{5 \times 0,55 - (1,50)^2} = \frac{1,95 - 1,76}{2,75 - 2,25} = \frac{0,19}{0,50} = 0,38$$



Exemplo

Os dados abaixo são as medidas da distensão x de uma mola espiral, para diferentes valores da força nela aplicada, na região de elasticidade da mola onde vale a expressão $F = kX$. Determine k graficamente usando o método dos mínimos quadrados.

F (gf)	10,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0	70,0	80,0	90,0
x (cm)	0,86	1,75	2,60	3,49	4,35	5,22	6,10	7,00	7,78