# NOTAS DE AULA DE ESTRUTURAS DE FUNDAÇÕES

# ESTACAS SOB ESFORÇOS TRANSVERSAIS

Prof. Eng. Civil José Waldomiro Jiménez Rojas

Porto Alegre, 2007.

Estacas sob esforços transversais - Prof. Eng. Civil José W. Jiménez Rojas

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	6
2. MÉTODOS DE PREVISÃO DE CAPACIDADE DE CARGA LATERAL	7
2.1 Método de Brinch-Hansen	7
2.2 Aproximação Estática Convencional	9
2.3 Método de Broms	12
2.3.1 Coeficientes de majoração das cargas e de redução da resistência	14
2.3.2 Resistência lateral na ruptura	15
2.3.3 Mecanismo de ruptura	15
2.3.4 Resistência à ruptura (ou plastificação) da estaca	16
2.4 Solução por Plane Strain	20
2.3 Estacas com a Ponta Engastada	21
3. MÉTODO DE PREVISÃO DA CURVA CARGA X RECALQUE DE ESTAC. CARREGADAS LATERALMENTE	AS 23
3.1 Métodos Baseados na Teoria de Reação Horizontal – Curvas p-y	23
3.2 Determinação do Módulo de Reação Horizontal	27
3.3 Resolução do Modelo de Winkler	30
3.4 Método de Hetenyi	33
3.5 Método de Matlock e Reese	34
3.6 Método de Miche	36
3.7 Método de Davisson e Robinson	37
<ul><li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li><li>3.8 Método de Broms</li></ul>	37 41
<ul> <li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li> <li>3.8 Método de Broms</li></ul>	37 41 41
<ul> <li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li></ul>	37 41 41 42
<ul> <li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li></ul>	37 41 41 42 43
<ul> <li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li></ul>	37 41 42 42 43 44
<ul> <li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li></ul>	37 41 42 42 43 43 44 45
<ul> <li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li></ul>	37 41 42 43 43 44 45 46
<ul> <li>3.7 Método de Davisson e Robinson</li></ul>	37 41 42 43 43 44 45 46 46

5. MÉTODOS PARA AUMENTAR A RESISTÊNCIA LATERAL DAS ESTACAS	.49
6. ESTACAS CARREGADAS TRANSVERSALMENTE EM PROFUNDIDADE (ESTACAS PASSIVAS)	50
6.1 Método de Tschebotarioff	.51
6.2 Métodos para reduzir o carregamento nas estacas	.53
7. CONSIDERAÇÕES DAS NORMAS	.55
7.1 Norma Brasileira (NBR 6122/1996)	.55
7.2 Eurocode 7 – Projeto Geotécnico	.55
8. CONCLUSÕES	.56
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	.56

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diferença entre estacas ativas e passivas (Alonso, 1986)6
Figura 2: Estaca vertical sob ação de uma carga horizontal – Método de Brinch-Hansen.
Figura 3: Coeficientes Kp e Kc de Brinch-Hansen
Figura 4: Estaca vertical sob ação de uma carga horizontal (Velloso, 2002)10
Figura 5: Resistência última de estacas rígidas não engastadas (Poulos and Davis, 1980)10
Figura 6: Distribuição da resistência lateral em solos coesivos (Poulos and Davis, 1980).
Figura 7: Valores de $K_c$ em função da razão $b/d$ (Poulos and Davis, 1980)12
Figura 8: Formas de ruptura de estacas: a) estaca longa com topo livre; b) estaca curta com topo livre; c) estaca longa com topo engastado; d) estaca intermediária com topo engastado; e e) estaca curta com o topo engastado (apud Broms, 1964a)
Figura 9: Mecanismo de ruptura, distribuição de pressões e diagramas de MF para estacas curtas (Velloso, 2002)15
Figura 10: Mecanismo de ruptura, distribuição de pressões e diagramas de MF para estacas longas (Velloso, 2002)16
Figura 11: Estacas em solos não coesivos: (a) estacas curtas e (b) estacas longas (Velloso, 2002)
Figura 12: Estacas em solos coesivos: (a) estacas curtas e (b) estacas longas (Velloso, 2002)
Figura 13: Análise plástica para placas carregadas lateralmente (Poulos and Davis, 1980)
Figura 14: Ruptura de uma placa vertical rígida sob um momento e carga horizontal (Poulos and Davis, 1980)
Figura 15: Estacas com base engastada em estrato rígido e ponta livre (Poulos and Davis, 1980)
Figura 16: Estaca submetida a uma força transversal: reação do solo (a) real e (b) modelo de Winkler (Velloso, 2002)
Figura 17: Conceito de $K_h$ segundo TERZAGHI (1955)25
Figura 18: Curvas p-y definidas para cada camada do subsolo e mobilização da resistência lateral em função do deslocamento sofrido pela estaca (Velloso, 2002)
Figura 19: Linhas de estacas longas (Velloso, 2002)
Figura 20: Esquema para resolução das equações diferenciais pelo método das diferenças finitas (Poulos and Davis, 1980)

Figura 21: Curvas com os coeficientes de deflexão $C_y$ para estacas longas (Poulos and Davis, 1980)
Figura 22: Curvas com os coeficientes de momento $C_m$ para estacas longas (Poulos and Davis, 1980)
Figura 23: Estaca submetida a uma força horizontal aplicada no topo, coincidente com a superfície do terreno (Velloso, 2002)
Figura 24: Cálculo aproximado do momento fletor máximo (Velloso, 2002)37
Figura 25: Estaca parcialmente enterrada (Velloso, 2002)
Figura 26: Representação adimensional de uma estaca parcialmente enterrada (Velloso, 2002)
Figura 27: Coeficientes para (a) flexão e (b) flambagem (Velloso, 2002)40
Figura 28: Deformações laterais na superfície para solos coesivos (Alonso, 1986)42
Figura 29: Deformações laterais na superfície para solos não-coesivos (Alonso, 1986).
Figura 30: Esquema de definição do método de BOWLES (1974)43
Figura 31: Estaca curta, método russo (Velloso, 2002)45
Figura 32: Tensões que atuam (a) na estaca e (b) no solo (Velloso, 2002)47
Figura 33: Estaca isolada (Poulos, 1971 apud Junior, 2003)
Figura 34: Métodos usados para aumentar a resistência lateral das estacas (Poulos and Davis, 1980)
Figura 35: Pressões horizontais segundo Tschebotarioff (Alonso, 1989)51
Figura 36: Condições de contorno da estaca (Alonso, 1989)52
Figura 37: Utilização de bueiros para reduzir o peso do aterro (Alonso, 1989)53
Figura 38: Utilização de estacas e placas de concreto (Alonso, 1989)53
Figura 39: Espaçamentos entre placas (Alonso, 1989)
Figura 40: Disposição das estacas próximas ao pé de talude (Alonso, 1989)54

## 1. INTRODUÇÃO

A evolução das técnicas construtivas na engenharia civil propiciou o aumento da magnitude das cargas nas edificações, que em muitos dos casos transferiram a engenharia de fundações a tarefa de solucionar os problemas de fundações em estacas ou tubulões solicitados por cargas verticais conjugadas com esforços transversais (horizontais, inclinados e momentos fletores), que podem ser aplicados ao topo da estaca ou em profundidade.

Segundo De Beer (1977) apud Alonso (1989), as estacas carregadas transversamente podem ser divididas em dois grupos: as ativas e as passivas.

As estacas ativas são as que, sob ação de cargas externas, transmitem ao solo esforços horizontais (Fig. 1a). Ao contrário, as estacas passivas são as em que os esforços horizontais ao longo do fuste são decorrentes do movimento do solo que as envolve (Fig. 1b).



Figura 1: Diferença entre estacas ativas e passivas (Alonso, 1986).

No primeiro caso, o carregamento é a causa e o deslocamento horizontal, o efeito. No segundo caso, o deslocamento horizontal é a causa e o carregamento ao longo do fuste, o efeito. Na Tabela 1 apresenta-se as diferenças fundamentais entre esses dois tipos de estacas.

	Estacas ativas	Estacas Passivas
Intensidade e ponto de aplicação	Conhecida a priori	Não conhecida a priori
Ponto de atuação da estaca	Num só plano (carregamento à superfície)	Ao longo de parte do fuste (carregamento em profundidade)
Posição relativa do solo que envolve a estaca	Há deslocamento no lado contrário ao do movimento da estaca (efeito de arco).	O solo está sempre em contato com a estaca (não há efeito de arco)

Tabela 1: Diferença entre estacas ativas e passivas.

Neste trabalho será abordado o efeito do carregamento lateral em estacas, dando ênfase as estacas ativas e por fim uma breve descrição das estacas carregadas em profundidade (passivas). Serão descritos métodos de cálculo para previsão de esforços e deslocamentos e também exemplos para o dimensionamento estrutural. Cabe ressaltar que os seguintes aspectos devem ser considerados:

- Ruptura do solo: verificação da capacidade de suporte do solo, com segurança, em relação às tensões que lhe são transmitidas pelas estacas ou tubulões;
- Deslocamentos: verificação da compatibilidade do deslocamento (e rotação) do topo da estaca ou tubulão sob a carga de trabalho com a estrutura suportada;
- Dimensionamento estrutural da estaca ou tubulão.

A continuação será apresentada à classificação das estacas, como também, os principais métodos de previsão de capacidade de carga lateral, destacando a análise da segurança à ruptura do solo e o cálculo de deformações.

## 2. MÉTODOS DE PREVISÃO DE CAPACIDADE DE CARGA LATERAL

## 2.1 Método de Brinch-Hansen

O método de Brinch-hansen (1961) é baseado na teoria do empuxo do solo. Oferece como vantagem: aplicabilidade aos solos com c,  $\phi$  e aos solos estratificados. Como desvantagens: aplicação restrita às estacas curtas e solução por tentativas. Considere-se uma estaca de dimensão transversal B e comprimento enterrado L, submetida a uma força horizontal H aplicada a uma altura "e" acima da superfície do terreno (Fig. 2).



Figura 2: Estaca vertical sob ação de uma carga horizontal – Método de Brinch-Hansen.

O valor de H pode aumentar até o valor de  $H_u$  para o qual a reação do terreno atinge o seu valor máximo, ou seja, o valor correspondente ao empuxo passivo,  $P_{zu}$ . As equações de equilíbrio são escritas (o somatório de momentos em relação ao nível do terreno):

$$\sum Fy = 0 \qquad H_u - \int_0^{Zr} P_{Zu} B dz + \int_{zr}^L P_{Zu} B dz = 0 \qquad \text{Equação 1}$$

$$\sum M = 0 \qquad H_u l - \int_0^{Z_r} P_{Z_u} Bz dz + \int_{z_r}^L P_{Z_u} Bz dz = 0 \qquad \text{Equação } 2$$

Desde que conhecida a distribuição de  $P_{Zu}$  essas duas equações permitem, por tentativas, determinar os valores de  $Z_r$  e  $H_u$ . Brinch-Hansen (1991) fornece

$$P_{Zu} = \sigma'_{vz} = K_q + cK_c$$
 Equação 3

Onde  $\sigma'_{vz}$  = tensão vertical efetiva no nível z

 $K_q$  e  $K_c$  = fatores que dependem de  $\phi$  e de z/B e dados na Figura 3.

759

272

118

61,4

35.8

24,5

17,6

 $\Phi = 45^{\circ}$ 

40°

35°

30°

25°

No caso de carregamento rápidos de argilas saturadas, deve-se usar a resistência não-drenada  $S_u$ ; para carregamentos lentos ou de longa duração devem-se usar parâmetros drenados c' e  $\phi$ .

222

81,4

35,3

17,7

9,91

400

200

100

50

20° 5,88 5 Kc 209 20 15 15° 3,50 10 2 10° 1,93 5 1 5° 0,62  $K_q=0$  para  $\Phi 0^\circ$ 2 0 5 10 5 10 15 20 15 0 20z/B z/B

Figura 3: Coeficientes Kp e Kc de Brinch-Hansen.

### 2.2 Aproximação Estática Convencional

80 60

40

20

10

Kq

 $\Phi = 45^{\circ}$ 

40°

35°

30°

25°

Este é um método simples de estimativa de resistência lateral última, que tem como base as leis da estática. Este método é aplicado para o caso de uma estaca flutuante de comprimento infinito e foi descrito por POULOS (1978). Considerando a Figura 4, temos que a estaca está sujeita aos seguintes esforços: uma força horizontal H, um momento M e uma pressão do solo última (P<sub>zu</sub>). O problema é resolvido considerando que a estaca seja rígida (estaca curta - gira quando sujeita a uma carga lateral, as deformações devido à flexão na estaca são pequenas e às devido à rotação aumentam linearmente com a distância ao centro de rotação). Tratando a estaca como uma faixa de diâmetro ou largura B, as equações de uma forma geral tomam a seguinte forma:

 $H_u = \int_0^{Z_r} P_u . B. dz - \int_{Z_r}^L P_u . B. dz$ 

$$M_{u} = H_{u}.e = -\int_{0}^{2r} P_{u}.dz.dz + \int_{2r}^{L} P_{u}.dz.dz$$

Equação 5

Equação 4

## Onde H<sub>u</sub>= força horizontal última;

M<sub>u</sub>= momento último;

P<sub>u</sub>= pressão do solo última;

e = comprimento não engastado.



Figura 4: Estaca vertical sob ação de uma carga horizontal (Velloso, 2002).

A Figura 5 mostra um gráfico onde a resistência última é obtida para o caso de estacas rígidas com o topo não engastado.



Figura 5: Resistência última de estacas rígidas não engastadas (Poulos and Davis, 1980).

No caso da estaca não ser rígida (estaca longa - a deformação devido à flexão é maior quando comparado com as causadas pela rotação, o comportamento destas estacas não é afetado pela mudança de seu comprimento), a ruptura da estaca, como visto anteriormente, pode ser por momentos fletores excedendo o momento de plastificação da estaca. O momento pode ser calculado pela fórmula acima e ser comparado com o momento de plastificação.

Para solos coesivos, a distribuição do valor de  $P_u$  esta demonstrada na Figura 6. Quando  $P_u$  torna-se constante, a ruptura lateral envolve fluxo plástico e seu valor pode ser calculado unicamente pela teoria da elasticidade.

O valor do fator de resistência lateral K<sub>c</sub> ( $P_u = K_c.c$ ), depende do fator de adesão  $\alpha$  (ca/c) e sobre a forma da seção transversal da estaca.



(a) Deflections (b) Probable Distribution of Soil Reactions



A Figura 7 demonstra a influência do valor de K<sub>c</sub> para ca = c e ca = 0. A solução para um valor intermediário de ca/c pode ser obtida por interpolação linear. As curvas da Figura 7 foram obtidas através da teoria da plasticidade utilizando análise limite.



Figura 7: Valores de  $K_c$  em função da razão b/d (Poulos and Davis, 1980).

Para o caso onde tem-se parâmetros  $c \in \phi$  do solo, o valor de P<sub>u</sub> é obtido baseando-se na teoria de pressão de solo. A resistência última a uma profundidade z, abaixo da superfície é dada pela seguinte expressão:

$$P_u = q.K_q + c.K_c$$
 Equação 6

Onde q = pressão geostática vertical; c = coesão; K<sub>c</sub>, K<sub>q</sub> = fatores que são função de  $\phi$  e z/B

Valores dos coeficiente  $K_c$  e  $K_q$  estão demonstrados na Figura 3 (BRINCH HANSEN, 1961).

## 2.3 Método de Broms

Broms (1964) apresentou dois trabalhos. O primeiro abordando estacas em solos coesivos e o segundo, estacas em solos granulares. Posteriormente, num terceiro artigo (Broms, 1965), resumiu suas conclusões apresentando um critério para o cálculo de estacas carregadas transversalmente. O método foi desenvolvido com simplificação dos

diagramas de distribuição de resistência do solo ao longo de estacas longas, curtas e intermediárias, com topo livre e engastado.

O método de Broms adota a filosofia dos chamados métodos de ruptura, estabelecendo que: o projeto de estacas, ou grupos de estacas, carregadas transversalmente é, em geral, governado pelas exigências de que a ruptura completa do grupo de estacas ou da estrutura de suporte não deve ocorrer mesmo sob as mais adversas condições e, que as deformações, para a carga de trabalho, seja de tal ordem que não prejudiquem o funcionamento da fundação ou da superestrutura.

Assim, para uma estrutura em que apenas pequenos deslocamentos podem ser tolerados, o projeto será definido pelos deslocamentos sob as cargas de trabalho, enquanto que, no caso de estruturas que podem suportar deslocamentos relativamente grandes, o projeto será definido pela resistência a ruptura das estacas.

A ruptura de uma fundação em estacas ocorre quando um mecanismo de ruptura se forma em cada estaca de grupo. Exemplos de mecanismos de ruptura estão mostrados na Figura 8.



Figura 8: Formas de ruptura de estacas: a) estaca longa com topo livre; b) estaca curta com topo livre; c) estaca longa com topo engastado; d) estaca intermediária com topo engastado; e e) estaca curta com o topo engastado (apud Broms, 1964a).

Para as estacas com topo livre, se forem longas (Figura 8a), a ruptura ocorre com a plastificação do material que a compõe, na seção de momento fletor máximo; já, para

o caso de estacas curtas (Figura 8b), ocorre a rotação da estaca em relação a alguma seção transversal, em profundidade, com ruptura apenas do solo.

Nas estacas com topo engastado, se forem longas (Figura 8c), a ruptura ocorre com a plastificação do material que a compõe em duas seções (uma na base do bloco de coroamento e outra onde ocorre o momento fletor máximo positivo).

Caso as estacas forem intermediárias (Figura 8d), ocorrem simultaneamente, a rotação da mesma em relação a alguma seção transversal, em profundidade, e a plastificação do material que a compõe se dá na seção transversal do fundo do bloco. Se forem curtas (Figura 8e), ocorre à translação da estaca.

## 2.3.1 Coeficientes de majoração das cargas e de redução da resistência

A ruptura de um grupo de estacas ou de estacas isoladas carregadas lateralmente pode ocorrer: (a) se as cargas efetivamente atuantes ultrapassam largamente as previstas no projeto; (b) se os parâmetros de resistência do solo ou do material da estaca foram superestimados; (c) se o método de cálculo superestima a resistência lateral da estaca.

Broms observa que as tensões na estaca não variam proporcionalmente com as cargas atuantes e, por isso, o uso do conceito de tensões admissíveis pode conduzir a um coeficiente de segurança variável em relação à carga aplicada, a resistência ao cisalhamento do solo, e a resistência estrutural da estaca. Recomenda, então, que o projeto de estacas carregadas lateralmente seja baseado no comportamento da fundação na ruptura, utilizando coeficientes de majoração das cargas e de redução da resistência para levar em conta as imprecisões na determinação das cargas, na determinação das propriedades do solo e no método de cálculo. Os valores indicados para esse coeficiente estão apresentados na Tabela 02.

Majoração	Redução
Cargas permanentes: 1,50	$Coesão - C_{projeto} = 0,75 C_{projeto}$
Cargas acidentais: 2,00	$\phi$ $\phi$ $\phi$ $-0.75$ to $\phi$
Profundidade de erosão: 1,25 a 1,50	$\Psi$ . $\Psi$ projeto – 0,73.1g $\Psi$

Tabela 2: valores indicados como coeficientes de segurança.

#### 2.3.2 Resistência lateral na ruptura

Na Figura 9 estão apresentados os mecanismos de ruptura, as distribuições de pressões e os diagramas de momentos fletores para cada estaca curta e na Figura 10 os mesmo diagramas para uma estaca longa. Nas Figuras,  $S_u$  = resistência não drenada, B diâmetro ou largura da estaca;  $\gamma$  = peso especifico do solo;  $K_p$  = coeficiente de empuxo passivo (Rankine).



Figura 9: Mecanismo de ruptura, distribuição de pressões e diagramas de MF para estacas curtas (Velloso, 2002).

## 2.3.3 Mecanismo de ruptura

Estacas curtas livres – A ruptura ocorre quando a estaca, como um corpo rígido, gira em torno de um ponto localizado a uma certa profundidade (Figura 9a).

Estacas longas livres – A ruptura ocorre quando a resistência a ruptura (ou plastificação) da estaca é atingida a uma certa profundidade (Figura 10c).



Figura 10: Mecanismo de ruptura, distribuição de pressões e diagramas de MF para estacas longas (Velloso, 2002).

Estacas curtas impedidas – A ruptura ocorre quando a estaca tem uma translação de corpo rígido (Figura 9b).

Estacas longas impedidas – A ruptura ocorre quando formam duas rótulas plásticas: uma na seção de engastamento e outra a uma certa profundidade (Figura 10b,d).

## 2.3.4 Resistência à ruptura (ou plastificação) da estaca

No tipo de análise feita por Broms, é necessário que, no estado de ruptura, a capacidade de rotação das rótulas plásticas formadas ao longo do comprimento da estaca seja suficiente para: (a) desenvolver o empuxo passivo do solo acima da rótula

plástica inferior; (b) provocar a redistribuição completa dos momentos fletores ao longo da estaca; (c) utilizar a total resistência à ruptura (ou plastificação) da estaca nas seções críticas.

## Carga na ruptura

## a) Em solos não coesivos (areias)

*Estacas curtas com o topo livre*. Para estacas curtas (L/B≤2), a carga de ruptura é dada por:

$$Hu = \frac{0.5\gamma BL^3 K_p}{(e+L)}$$
 Equação 7

Desde que o momento fletor máximo que solicita a estaca seja menor que o momento de ruptura (ou plastificação) da estaca. O valor adimensional  $Hu/k_pB^3\gamma$ ' esta representado na Figura 11a em função da relação L/B.

*Estacas longas com o topo livre*. O mecanismo de ruptura está mostrado na Figura 10c. A ruptura ocorre quando uma rotula plástica se forma a uma profundidade  $Z_0$  correspondente à localização do momento fletor máximo. São obtidos os valores:

$$Z_0 = 0.82 \sqrt{\frac{Hu}{\gamma B K_p}}$$
 Equação 8

$$M_{máx} = Hu(e+0.67Z_0)$$
 Equação 9

Igualando esse momento fletor máximo ao momento de ruptura (ou plastificação) Um obtém-se:

$$Hu = \frac{Mu}{e + 0.55 \sqrt{\frac{Hu}{\gamma BK_p}}}$$
Equação 10

O valor adimensional Hu/K<sub>p</sub>B<sup>3</sup> $\gamma$  está representado na Figura 11b em função de Mu/K<sub>p</sub>B<sup>4</sup> $\gamma$  e de e/B.

Estacas curtas impedidas. A carga de ruptura é dada por:

$$Hu = 1.5L^2 B\gamma' K_p$$
 Equação 11

Desde que o momento fletor negativo máximo, que ocorre na ligação da estaca com o bloco, for menor que o momento de ruptura da estaca.



Figura 11: Estacas em solos não coesivos: (a) estacas curtas e (b) estacas longas (Velloso, 2002).

*Estacas longa engastada*. Se a seção da estaca tiver momento de ruptura positivo  $(M_u^+)$  diferente do negativo  $(M_u^-)$  a carga de ruptura será dada por:

$$Hu = \frac{M_u^+ + M_u^-}{e + 0.54\sqrt{\frac{Hu}{\gamma BK_p}}}$$
Equação 12

Se os dois momentos de ruptura forem iguais:

$$Hu = \frac{2M_u}{e + 0.54 \sqrt{\frac{Hu}{\gamma B K_p}}}$$
Equação 13

Os valores de H<sub>u</sub> podem ser obtidos da Figura 11.

### b) Em solo coesivo

Estacas curtas (L/B≤2) com o topo livre. Tem-se as seguintes equações:

$$M_{máx} = Hu(e+1,5B+0,5Z_0)$$
Equação 14  

$$M_{máx} = 2,25BS_u(L-1,5B-Z_0)^2$$
Equação 15  

$$Z_0 = \frac{Hu}{9S_uB}$$
Equação 16

A Figura 12a fornece  $H_u/S_uB^2$  em função de L/B e e/B.

Estacas longas (L/B > 4) com o topo livre. A ruptura ocorre quando o momento fletor calculado pela equação  $M_{máx} = 2,25BS_u(L-1,5B-Z_0)^2$  iguala o momento de ruptura da estaca. As distribuições da reação do terreno e dos momentos fletores estão mostradas na Figura 10a. É admitido que os deslocamentos laterais são suficientemente grandes para mobilizar plenamente a resistência passiva do solo abaixo da profundidade em que ocorre o momento fletor máximo. A Figura 12b fornece H<sub>u</sub>/S<sub>u</sub>B<sup>2</sup> em função de M<sub>u</sub>/S<sub>u</sub>B<sup>2</sup>.

Estacas curtas engastadas. Tal como no caso do solos não-coesivos, na ruptura, a estaca experimenta uma translação de corpo rígido. Tem-se:

$$Hu = 9S_{\mu}B(L-1,5B)$$





Figura 12: Estacas em solos coesivos: (a) estacas curtas e (b) estacas longas (Velloso, 2002).

19

A fim de que o referido mecanismo de ruptura aconteça, é necessário que o momento fletor negativo máximo seja menor ou igual ao momento de ruptura da estaca:

$$Hu = (0,5L + 0,75B) < Mu$$
 Equação 18

Estacas longas engastadas. A Figura 12b permite calcular a carga de ruptura  $H_u$  a partir de  $M_u$ .

### 2.4 Solução por Plane Strain

DAVIS em 1961, propôs uma solução para uma placa vertical perfeitamente rígida em um solo puramente coesivo ( $\phi = 0$ ) e peso próprio nulo ( $\gamma = 0$ ). Davis assumiu que não existe tensão cisalhante entre o solo e a placa e, que a mesma tem sua superfície lisa. A pressão do solo atua normalmente sobre o lado direito da porção AB e sobre o lado esquerdo de BC, como demonstrado na Figura 13.

A Figura 14 mostra a solução obtida para este problema para as placas de superfície lisa e rugosa.



Figura 13: Análise plástica para placas carregadas lateralmente (Poulos and Davis, 1980).



Figura 14: Ruptura de uma placa vertical rígida sob um momento e carga horizontal (Poulos and Davis, 1980).

## 2.3 Estacas com a Ponta Engastada

Para estacas que tem sua ponta engastada em rocha ou em um estrato de solo firme, uma modificação na análise é necessária. A Figura 14 mostra um caso típico de estacas de topo livre com suas bases engastadas em um extrato firme. A Figura 14 mostra, também, o gráfico de distribuição de momentos e uma distribuição arbitrária da resistência última do solo (POULOS e DAVIS, 1978). É assumido que o efeito das altas pressões próximo à base, podem ser representadas por uma simples força, desde que o centro de rotação se encontre próximo à base.

Primeiramente, considerando a estaca curta, temos:

$$H_{u} = \frac{d}{e+1} \left( \int_{0}^{L_{r}} Pur.z^{*}.dz + \int_{L_{r}}^{L+L_{r}} Pus.z^{*}.dz \right)$$
Equação 19

Onde Pur = resistência lateral última do estrato rígido; Pus = resistência lateral última do solo;  $z^*$  = distância vertical medida de baixo para cima.

Com o valor de H<sub>u</sub> calculado, o momento máximo ( $M_{máx}$ ) deve ser testado. Se  $M_{máx} < M_y$ , a estaca trabalhará como uma estaca curta. Se  $M_{máx} > M_y$ , a estaca trabalhará como uma estaca longa e  $M_{máx}$  deverá ser igual a  $M_y$ . A posição do  $M_{máx}$ 

(distância f abaixo da superfície) pode ser determinada pela condição de esforço cortante zero, isto é, quando:

$$H_{u} = d \int_{0}^{f} (Pus + [Pur]) dz$$
 Equação 20

Onde z = distância vertical medida para baixo a partir da superfície.



(b) Long Pile



O termo entre colchetes na equação anterior, é aplicado unicamente se o valor f ultrapassar o topo do estrato rígido. O momento máximo é o seguinte:

$$M_{máx} = M_y = d \int_0^f (Pus + Pur) z dz$$
 Equação 21

## 3. MÉTODO DE PREVISÃO DA CURVA CARGA X RECALQUE DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE

Na maioria dos casos, o critério para projeto de fundações em estacas carregadas lateralmente é o de máxima deflexão lateral, e não o de capacidade de carga lateral. A deflexão admissível pode ser relativamente grande para estruturas temporárias e muros de retenção ancorados. Mas, para estruturas altas, estas deflexões são limitadas. Métodos teóricos de previsão da curva carga x recalque foram e estão em desenvolvimento. Serão descritos métodos baseados na teoria de reação do subleito (reação horizontal); teoria da elasticidade e teoria da plasticidade.

Para a determinação dos deslocamentos horizontais e as solicitações fletoras na estaca podemos considerar o solo de duas formas:

1º consideração: extensão da hipótese de Winkler formulada para o estudo de vigas de fundação. O solo é substituído por molas, no caso horizontal, independentes entre si.

2° consideração: o solo é considerado como um meio contínuo elástico caracterizado por um módulo de Young e um coeficiente de Poisson.

Hipótese	Vantagens	Desvantagens
Winkler	<ol> <li>É relativamente simples</li> <li>Pode incorporar não linearidades; variação do coeficiente de reação com a profundidade; aplicação a solo estratificado.</li> <li>É usado na prática há muito tempo.</li> </ol>	<ol> <li>Ignora a continuidade do solo.</li> <li>O coeficiente de reação não é uma propriedade do solo, pois depende das dimensões da estaca e do seu deslocamento.</li> </ol>
Meio contínuo elástico	<ol> <li>É uma hipótese mais realista.</li> <li>Pode fornecer soluções para módulo variável com a profundidade e solos estratificados.</li> </ol>	<ol> <li>É difícil determinar as deformações em um problema prático e o módulo do solo que a elas corresponde.</li> <li>Requer mais experiências de campo.</li> </ol>

Tabela 3: Resumos das vantagens e desvantagens das hipóteses de reação do solo. (Velloso e Lopes, 2002).

#### 3.1 Métodos Baseados na Teoria de Reação Horizontal – Curvas p-y

O modelo de reação do subleito (viga sobre um apoio elástico) foi, originalmente, proposto por WINKLER em 1867. O modelo caracterizava o solo como uma série de molas não conectadas e linearmente elásticas, como apresenta a Figura 16. As deformações, neste modelo, são consideradas somente onde existe carga.



Figura 16: Estaca submetida a uma força transversal: reação do solo (a) real e (b) modelo de Winkler (Velloso, 2002).

O método assume que a pressão de solo lateral P sobre a estaca, aumenta linearmente com o aumento da deflexão lateral Y, de acordo com a seguinte equação:

$$P = k_h y$$
 Equação 22

Sendo K<sub>h</sub> o coeficiente de reação horizontal.

TERZAGHI em 1955 escreveu um trabalho discutindo a utilização do coeficiente de reação horizontal. Com base neste trabalho será feita a exposição deste importante conceito.

Considera-se uma estaca de largura B<sub>1</sub> (Figura 17). Antes da atuação de qualquer força horizontal, o terreno exerce, em qualquer ponto da superfície lateral da estaca, uma pressão P<sub>0</sub> que é igual ao empuxo no repouso (no caso de estacas escavadas) ou maior (no caso de estacas cravadas). Se a estaca é deslocada para a direita, a pressão na face da esquerda decresce para um valor muito pequeno. Em conseqüência do efeito de arco que aí se desenvolve, esse valor é menor que o correspondente ao empuxo ativo e poderá ser desprezado. Ao mesmo tempo, e como resultado do mesmo deslocamento, a pressão P<sub>p</sub> na face da direita cresce de seu valor inicial P<sub>0</sub> para um valor P<sub>0</sub>', que será maior que o correspondente empuxo ao repouso P<sub>0</sub>. O deslocamento lateral Y<sub>0</sub> necessário para produzir essa variação é tão pequeno que pode ser desprezado. Então no início do deslocamento para direita Y<sub>1</sub>=0 e, as pressões nas duas faces da estaca, a uma profundidade z qualquer, serão: à esquerda:  $P_a = 0$ 

Equação 23

25

у (b) (c) (a) L ### \## # # # ### ### Sand Clay [B] Η nB1 nL Khγ γmhz Khγz P0

Figura 17: Conceito de  $K_h$  segundo TERZAGHI (1955)

Completando o deslocamento Y1 para direita, essas pressões assumem os valores:

à esquerda:  $P_a = 0$ Equação 25

à direita:  $P_p = P_0' + P = P_0' + K_h Y_1$ Equação 26

onde  $P = K_h Y_1$  é o acréscimo de pressão na face direita decorrente do deslocamento  $Y_1$ da estaca.

Os valores de K<sub>h</sub> e sua variação com a profundidade, dependem das características de deformação do terreno.

As características de deformação de uma argila rija são, mais ou menos, independentes da profundidade. Conseqüentemente, em qualquer instante, a reação do solo P pode ser considerada uniformemente distribuída ao longo da face da direita da estaca, conforme mostra a Figura 17, e o coeficiente de reação horizontal  $K_h$  será:

Equação 24



Equação 27

26

$$K_h = \frac{P}{Y_1}$$

Entretanto, em virtude do adensamento da argila sob carga constante, o valor  $Y_1$  cresce e o valor  $K_h$  decresce com o tempo e ambos tendem para valores limites, que são os que devem ser considerados no projeto.

Nos solos não coesivos, os valores de  $Y_1$  e  $K_h$  são praticamente independentes com o tempo. Entretanto, o módulo de elasticidade cresce proporcionalmente com a profundidade, primeira aproximação. Conseqüentemente, pode-se admitir, sem grande erro, que a pressão P necessária para produzir um certo deslocamento  $Y_1$  cresce proporcionalmente com a profundidade z, Figura 17b e:

$$K_h = \frac{P}{Y_1} = m_h.z$$
 Equação 28

A Figura 17c, mostra o bulbo de pressões para uma estaca de largura B<sub>1</sub> e a Figura 3.2d o correspondente à estaca de largura nB<sub>1</sub>. As dimensões desse bulbo, medidas na direção do deslocamento Y<sub>1</sub> são iguais a L e nL, respectivamente. Na horizontal, tanto nas areias como nas argilas, o módulo de elasticidade pode ser considerado constante. Logo, em qualquer caso, o deslocamento Y cresce proporcionalmente à largura da estaca, isto é,  $Y_n = nY_1$ . Sendo assim, deve-se levar em consideração os seguintes casos:

1°) Estacas em argilas pré-adensadas:

$$K_h = \frac{P}{Y_1} \cdot \frac{1}{B} = \frac{1}{B} \cdot K_{h1}$$
 Equação 29

onde K<sub>h1</sub> é o coeficiente de reação horizontal para uma estaca de largura unitária. 2°) Estacas em areias e argilas normalmente adensadas:

$$K_h = n_h \cdot \frac{z}{B}$$
 Equação 30

onde,  $n_h (t/m^2 \text{ ou } kg/cm^2)$  é a constante de reação horizontal para a estaca na areia.

## 3.2 Determinação do Módulo de Reação Horizontal

A determinação do módulo de reação horizontal é geralmente feita por um dos seguintes métodos:

- prova de carga sobre estacas em escala natural;
- ensaios de placas;
- correlações empíricas com outras propriedades do solo.

A instrumentação de uma estaca para medida de pressões e deflexões ao longo do fuste é um procedimento confiável para a obtenção de bons valores do coeficiente de reação horizontal, mas este método exige tempo, cuidado e é relativamente caro.

Segundo REESE e COX (1969), um método mais conveniente é medir a deflexão e/ou rotação na superfície e, por extrapolação obter o valor de  $K_h$ , assumindo uma distribuição apropriada do mesmo com a profundidade.

Segundo TERZAGHI (1955), o uso de ensaios de placa para a previsão do coeficiente de reação horizontal envolve algumas suposições simplificadoras que são: o coeficiente de reação do subleito é considerado, em todos os pontos, independente da pressão de contato P e; os coeficientes K<sub>h</sub> e m<sub>h</sub> tem o mesmo valor em todos os pontos na face de contato. Estas duas suposições envolvem aproximações errôneas, que devem ser levadas em consideração na adoção do coeficiente.

As equações anteriores (equações 27 a 30) são sugeridas por TERZAGHI (1955) para a obtenção do coeficiente de reação lateral a partir de ensaios de placa para argilas pré-adensadas e areias, respectivamente. A Tabela 4 fornece valores de  $K_{h1}$  sugeridos por TERZAGHI (1955).

	140014 11 11		
Consistência	Rija	Muito Rija	Dura
$K_{h1}$ (ton/ft <sup>3</sup> )	75	100	300

Tabela 4:	Valores	de	$K_{h1}$
ruceiu ii	v alores	uv	• • [] ]

VÉSIC (1961), analisando uma viga sobre um apoio elástico e comparando o resultado com aqueles obtidos pela teoria de reação do subleito, relacionou o módulo de reação do subleito K<sub>h</sub> com os parâmetros elásticos  $E_s$  e  $\mu_s$  do solo, pela seguinte expressão:

$$K = \frac{(0,65)^{12}}{d} \sqrt{\frac{E_s \cdot d^4}{E_p \cdot I_p}} \left( \frac{E_s}{1 - \mu_s^2} \right)$$
 Equação 31

Onde  $E_p.I_p = rigidez da estaca;$ D = diâmetro da estaca.

Correlações empíricas foram propostas por alguns autores para prever o valor de  $K_h$ . Para argilas, assumindo  $K_h$  constante com a profundidade, BROMS (1964) sugeriu uma equação que relacionava o valor de  $K_h$  com o módulo secante  $E_{50}$  à um meio da resistência última, em ensaios não drenados em argilas. A expressão é a seguinte:

$$K_h = 1,67.\frac{E_{50}}{d}$$
 Equação 32

Usando o valor de  $E_{50}$  proposto por SKEMPTON (1951), de 50 a 200 vezes a resistência não drenada  $S_u$ , a expressão fica:

$$K_{h} = (80 - 320) \cdot \frac{S_{u}}{d}$$
 Equação 33

DAVISSON (1970) sugere uma expressão mais conservativa, que é a seguinte:

$$K_h = 67.\frac{S_u}{d}$$
 Equação 34

Para solos arenosos e argilas normalmente adensada, usa-se a suposição que K<sub>h</sub> é variável com a profundidade conforme expressão 34. Valores típicos de n<sub>h</sub> para areias e argilas estão demonstrados abaixo respectivamente:

Densidade	Fofa	Média	Densa
n <sub>h</sub> , areia seca ou úmida (ton/ft <sup>3</sup> )	7	21	56
n <sub>h</sub> , areia submersa (ton/ft <sup>3</sup> )	4	14	34

Tabela 5: Valores de n<sub>h</sub> para areias

Tabela 6: Valores de n<sub>h</sub> para argilas

Tipo de solo	Arg. N.A.	Arg. N.A. Org.	Turfa	Loess
$n_h$ (lb/in <sub>3</sub> )	0,6 - 2,0	0,4 - 3,0	0,1 - 0,4	29 - 40

Para o cálculo de uma estaca carregada transversalmente, existem vários modelos. O usual é estabelecido por Winkler - para as vigas sobre apoio elástico, pelo qual o deslocamento y de um elemento carregado é independente da carga e do deslocamento dos elementos adjacentes.

Assim o solo pode ser substituído por uma série de molas às quais se impõem um comportamento dado pelas curvas p - y.

Embora este modelo não represente, na totalidade, a realidade física do problema, é o que tem sido mais utilizado no estudo de deslocamentos e esforços e estacas carregadas transversalmente, tendo-se interpretado e publicado maior número de trabalhos que, por exemplo, utilizando-se o modelo de elementos finitos ou de soluções baseadas na teoria de meio elástico.

Com base no trabalho de TERZAGHI, MATLOCK E REESE desenvolveram estudos empregando o conceito e módulo de reação (curvas p-y). Com este procedimento, pode-se levar em conta os casos de não-linearidade entre pressão e deslocamento bem como analisar quaisquer variações de K com a profundidade (Fig. 18).

Do ponto de vista matemático, cabem as seguintes observações:

(1) Quando se considera um coeficiente de reação horizontal constante com a profundidade a equação diferencial da flexão da estaca tem solução bastante simples, idêntica à da viga sobre apoio elástico.

- (2) Quando se considera o coeficiente de reação horizontal variando linearmente com a profundidade, ainda se tem uma solução analítica.
- (3) A adoção de curvas p y implica na utilização de soluções computacionais (métodos numéricos).



Figura 18: Curvas p-y definidas para cada camada do subsolo e mobilização da resistência lateral em função do deslocamento sofrido pela estaca (Velloso, 2002).

Neste trabalho não serão apresentados os procedimentos de criação das curvas p - y. A bibliografia recomendada para tal é *American Petroleum Institute* (API, 1993).

#### 3.3 Resolução do Modelo de Winkler

No modelo de solo de Winkler, o momento fletor M, o esforço cortante S e a pressão de solo lateral P sobre uma estaca carregada lateralmente (Fig. 19), podem ser calculadas pelas seguintes equações diferenciais:

Equação diferencial de uma estaca longa imersa em meio elástico:

$$EI\frac{d^4y}{dz^4} + p\frac{d^2y}{dz^2} + K_y \qquad E_p I_p \left(\frac{d^2yw}{dz^2}\right) = -M \qquad \text{Equação 35}$$

$$E_p I_p \left(\frac{d^3 y}{dz^3}\right) = -S \qquad E_p I_p \left(\frac{d^4 y}{dz^4}\right) = -P B = -Q = -K_h Y \qquad \text{Equação 36}$$



Figura 19: Linhas de estacas longas (Velloso, 2002).



- B = largura ou diâmetro da estaca;
- E = módulo de elasticidade da estaca;
- I = momento de inércia da seção;

Z = profundidade no solo.

Soluções para as equações acima podem ser obtidas por métodos analíticos ou numéricos. Soluções analíticas são satisfatórias no caso de  $K_h$  ser constante com a profundidade. Para outras distribuições de  $K_h$ , as soluções mais convenientes são obtidas através de métodos numéricos (diferenças finitas e elementos finitos). Métodos de diferenças finitas foram escritas por PALMER E BROWN (1954), REESE E MATLOCK (1956), REESE E COX (1969).

A seguir serão descritas as bases teóricas para resolução das equações diferenciais acima descritas através do método das diferenças finitas, descritas por VARGAS (1982).

Esses momentos, esforços cortantes e reações do terreno podem ser calculados, como dito anteriormente, por meio de diferenças finitas, dividindo-se uma estaca de comprimentos 1 em *m* segmentos de comprimento  $\lambda = L/m$  e, sabendo que em cada cota  $z_n = m.\lambda$ , atuarão os momentos M<sub>m</sub>, os esforços cortantes S<sub>m</sub> e aparecerá a deflexão Y<sub>m</sub> (Figura 20).

$$E_{p} I_{p} \left(\frac{d^{2} y}{dz^{2}}\right)_{m} = E_{p} I_{p} \left(\frac{y_{m+1} - 2.y_{m} + y_{m-1}}{\lambda^{4}}\right) = M_{m}$$
 Equação 37

$$E_{p}.I_{p}\left(\frac{d^{3}y}{dz^{3}}\right)_{m} = E_{p}.I_{p}\left(\frac{y_{m+2} - 2.y_{m+1} + 2.y_{m-1} - y_{m-2}}{2.\lambda^{3}}\right) = S_{m}$$
 Equação 38

$$E_{p}.I_{p}\left(\frac{d^{4}y}{dz^{4}}\right)_{m} = E_{p}.I_{p}\left(\frac{y_{m-2} - 4.y_{m-1} 62.y_{m+1} + y_{m+2}}{\lambda^{4}}\right) = K_{h}.Y_{m}$$
 Equação 39

$$m = 2 \qquad ho 
m = 1 \qquad ho 
m = 1 \qquad m = 1 
m = 2 \qquad \lambda 
m = 2 \qquad \lambda 
m = 2 \qquad \lambda 
m = 3 \qquad \lambda 
L \qquad m = 4 \qquad \lambda 
m = 5 \qquad m = 6 \qquad m = 7 \qquad M = 8 \\
- m = 8 \qquad 8 + 1 \\
- 8 + 2 \qquad N = 1 \qquad N = 1 \qquad \lambda$$

Figura 20: Esquema para resolução das equações diferenciais pelo método das diferenças finitas (Poulos and Davis, 1980).

No topo da estaca (ponto m = 0) ter-se-á  $M_0 = P.h_0$  e  $V_0 = P$ . Na base da estaca (ponto  $m = L/\lambda$ ) ter-se-á  $M_f = 0$  e  $V_f = 0$ . Para que se possam calcular os momentos e esforços constantes no topo e na base da estaca será necessário admitir mais dois segmentos fictícios no topo e dois na base da estaca.

## 3.4 Método de Hetenyi

Este método descrito por POULOS (1978), é aplicado quando se tem um carregamento horizontal H atuando em uma estaca de topo livre e de comprimento l em um solo que tenha Kh constante com a profundidade. As seguintes equações foram obtidas por HETENYI (1946) para cálculo do deslocamento y, giro  $\theta$ , momento M e esforço cortante Q a uma profundidade z abaixo da superfície.

$$y = \frac{2.H.\beta}{K_{h}.d}.K_{yH}$$
Equação 40  
$$\theta = \frac{2.H.\beta^{2}}{K_{h}.d}.K_{\theta H}$$
Equação 41  
$$M = \frac{H}{\beta}.K_{MH}$$
Equação 42  
$$Q = H.K_{QH}$$
Equação 43

Onde : 
$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K_h.d}{4.E_p.I_p}}$$
 Equação 44

As correspondentes expressões para o momento aplicado M<sub>0</sub> na superfície são:

- $y = \frac{2.M_0.\beta^2}{K_h.d}.K_{yM}$ Equação 45
- $\theta = \frac{4.M_0.\beta^3}{K_h.d}.K_{\theta M}$ Equação 46

$M = M_0.K_{MM}$	Equação 47
------------------	------------

 $Q = -2.M_0 \cdot \beta \cdot K_{OM}$ Equação 48

Soluções para o caso de estacas com o topo engastado, podem ser obtidas da solução para estacas de topo livre, anteriormente citadas, adicionando à solução de carregamento lateral H, a solução de um momento aplicado de:

$$M_{0} = -\left(\frac{H}{2\beta}\right) \cdot \frac{K_{\theta H}(z-0)}{K_{\theta M}(z-0)}$$
Equação 49

Este momento é aplicado para produzir um giro zero no topo da estaca. Valores dos coeficientes adimensionais  $K_{yH}$ ,  $K_{\theta H}$  e outros são dados na Tabela 8.2 – Influence factors for constant K<sub>h</sub> (Poulos and Davis, 1980)

## 3.5 Método de Matlock e Reese

MATLOCK E REESE (1961) propuseram este método para os casos onde  $K_h$  é variável com a profundidade. Para os casos de estacas longas (Z>4), as seguintes equações para cálculo de deflexões *y* e momentos *M* ao longo da estaca foram propostas:

$$y = C_y \cdot \frac{H \cdot T^3}{E_p \cdot I_p}$$
 Equação 50

$$M_z = C_m . H.T$$
 Equação 51

Onde: 
$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p \cdot I_p}{n_h}}$$
 Equação 52

Valores de C<sub>y</sub> e C<sub>m</sub> estão plotados nas Figuras 21 e 22 respectivamente. O coeficiente de profundidade Z é Z = z/T.



Figura 21: Curvas com os coeficientes de deflexão  $C_y$  para estacas longas (Poulos and Davis, 1980).



Figura 22: Curvas com os coeficientes de momento  $C_m$  para estacas longas (Poulos and Davis, 1980).

35

MICHE (1930) resolveu o problema da estaca em solo com um coeficiente de reação horizontal variando linearmente com a profundidade, adotando o tratamento da viga sobre base elástica, isto é, levando em conta a deformabilidade da estaca, ao contrário de trabalhos mais antigos, como o de DÖRR (1922), em que a estaca é considerada rígida.



Figura 23: Estaca submetida a uma força horizontal aplicada no topo, coincidente com a superfície do terreno (Velloso, 2002).

Assim, considerando uma estaca de diâmetro ou largura B, com  $k_h = m_h z = n_h z / B$  a equação diferencial do problema será escrita:

$$E_{p}I\frac{d^{4}y}{dz^{4}} + n_{h}\frac{z}{B}By = 0$$
 Equação 53

ou

$$E_p I \frac{d^4 y}{dz^4} + n_h z y = 0$$
 Equação 54

Com 
$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p \cdot I_p}{n_h}} = \sqrt[5]{\frac{E_p \cdot I_p}{m_h B}}$$
 for a obtidos os seguintes resultados: Equação 55

- Deslocamento horizontal no topo da estaca:

$$y_o = 2,40 \frac{T^3 H}{E_p I}$$
 Equação 56

- Tangente do diagrama de reação do solo:

$$tg\beta = 2,40\frac{H}{BT^2}$$
 Equação 57

- Momento fletor máximo (a uma profundidade 1,32 T):

$$M_{max} = 0,79HT$$
 Equação 58

A uma profundidade da ordem de 4T, os momentos fletores e os esforços cortantes são muito pequenos e podem ser desprezados. Se o comprimento da estaca for menor que 1,5T ela será calculada como rígida e:

$$M_{max} = 0.25HT$$
 Equação 59

Se o comprimento da estaca estiver compreendido entre 1,5T e 4T o momento fletor máximo pode ser obtido, com razoável aproximação, a partir da Figura 24.



Figura 24: Cálculo aproximado do momento fletor máximo (Velloso, 2002).

## 3.7 Método de Davisson e Robinson

Consideremos uma estaca parcialmente enterrada submetida no topo às forças  $V_t$  e  $H_t$  e ao momento  $M_t$  (Figura 25). DAVISSON E ROBINSON determinaram um comprimento  $L_s$  tal que, somado ao comprimento livre  $L_u$ , conduza a uma haste

rigidamente engastada, de comprimento  $L_e = L_u + L_s$ , que tenha o mesmo deslocamento  $y_t$  da estaca ou a mesma carga crítica de flambagem.



Figura 25: Estaca parcialmente enterrada (Velloso, 2002).

A equação diferencial de uma viga sobre a base elástica submetida a uma carga axial  $V_t$  aplicada no topo é:

$$E_{p}I\frac{d^{4}y}{dz^{4}} + V_{t}\frac{d^{2}y}{dz^{2}} + K_{h}y = 0$$
 Equação 60

O coeficiente de reação horizontal  $K_h$  é igual à zero do topo da estaca até a superfície do terreno. A partir daí, são considerados dois casos:

1°. caso:  $K_h = \text{constante}$ 

Fazendo:

$$R = \sqrt[4]{\frac{E_p I}{K_h}}, \qquad L = \frac{z}{R} \qquad \text{e} \qquad U = \frac{V_t R^2}{E_p I} \qquad \text{Equação 61}$$

A equação 3.43 será escrita

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + U\frac{d^2 y}{dz^2} + y = 0$$
 Equação 62

São introduzidas as seguintes grandezas adimensionais (Figura 26)

$$L = \frac{L}{R}$$
  $S_R = \frac{L_s}{R}$   $J_R = \frac{L_u}{R}$  Equação 63

O comprimento equivalente será  $L_e = (S_R + J_R)R$ .

Adotando a solução de HETENYI para a viga de comprimento semi-infinito ou, aproximadamente, para  $L_{máx} > 4$ , obtêm-se as curvas da Figura 3.17a, com o critério já mencionado de igualdade de deslocamento  $y_t$  da estaca equivalente rigidamente engastada na profundidade  $L_s$ .

Verifica-se que, para uma ampla variação de  $J_R$ , o  $S_R$  varia entre 1,3 a 1,6. Um valor  $S_R = 1,33$  pode ser adotado na maioria dos casos.

A carga crítica da flambagem será dada por:



Figura 26: Representação adimensional de uma estaca parcialmente enterrada (Velloso, 2002).

$$V_{crit} = \frac{\pi^2 E_p I}{4R^2 (S_R + J_R)^2}$$

Equação 64

com o  $S_R$  tirado da Figura 27b. A extremidade inferior da estaca foi, sempre, considerada livre e o topo, livre ou engastado com translação possível. A Figura mostra que, para  $J_R > 2$ , pode-se tomar  $S_R = 1,5$ .



Figura 27: Coeficientes para (a) flexão e (b) flambagem (Velloso, 2002).

2°. caso:  $K_h = n_h z$ 

Fazendo

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p \cdot I_p}{n_h}}, \qquad Z = \frac{z}{T}, \qquad V = \frac{V_t T^2}{E_p I}$$
 Equação 65

a equação 64 será escrita

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + V \frac{d^2 y}{dz^2} + Zy = 0$$
 Equação 66

São introduzidas as grandezas adimensionais

$$Z_{max} = \frac{L}{T}$$
  $S_T = \frac{L_s}{T}$   $J_T = \frac{L_u}{T}$  Equação 67

Para os mesmos critérios adotados no 2° caso, os resultados estão indicados nas Figuras 27a (flexão) e 27b (flambagem). Para a flexão, verifica-se que o valor  $S_T = 1,75$ pode ser considerado para a maioria dos casos. Da mesma forma, para a flambagem, tem-se o valor representativo  $S_T = 1,8$ .

O procedimento de DAVISSON E ROBINSON é extremamente útil quando se tem que incorporar as estacas à superestrutura para efeito de análise estrutural. É o caso, por exemplo, de pontes, cais de portos e estruturas offshore.

Quando o comprimento  $L_s$  é relativamente elevado, o cálculo dos momentos fletores nas estacas ou tubulões, não levando em conta a reação do solo na parte enterrada, pode conduzir a valores muito desfavoráveis. Em DINIZ (1972) foi verificado que um resultado satisfatório pode ser obtido da seguinte forma:

- Com auxílio dos gráficos de DAVISSON E ROBINSON, estabelece-se o quadro rigidamente engastado equivalente à estrutura sobre estacas;
- (2) Determinam-se os esforços seccionais (momento fletor e esforço cortante) no nível do terreno;
- (3) Com esses esforços e aplicando um dos métodos anteriores, determina-se o momento fletor máximo na estaca.

## 3.8 Método de Broms

BROMS (1965), propôs uma solução para se obter a deflexão lateral no topo da estaca. Como realizado pelo autor, aqui também se dará à solução para o caso de solos coesivos e arenosos, respectivamente.

## 3.8.1 Deformações Laterais em Solos Coesivos

As deformações dependem, em primeiro lugar, do comprimento adimensional  $\beta L$ , onde:

 $\beta = \sqrt[4]{\frac{K_h.B}{E_p.I_p}}$ 

Equação 68

Sendo  $E_p.I_p = rigidez da seção da estaca;$ 

B = largura ou diâmetro da estaca;

 $K_h$  = coeficiente de recalque horizontal.

A deformação lateral na superfície do solo,  $Y_0$ , é obtida a partir da Figura 28.



Figura 28: Deformações laterais na superfície para solos coesivos (Alonso, 1986).

## 3.8.2 Deformações Laterais em Solos Não-Coesivos

Em solos arenosos, as deflexões dependem, também do comprimento adimensional, nL, onde:

$$n = 5 \sqrt{\frac{n_h}{E_p \cdot I_p}}$$
 Equação 69

As deformações laterais podem ser obtidas, em função do comprimento adimensional nL, na Figura 29.



Figura 29: Deformações laterais na superfície para solos nãocoesivos (Alonso, 1986).

### 3.9 Método de Bowles

BOWLES (1974), escreveu um programa de cálculo de estacas carregadas lateralmente. O programa utiliza a teoria de uma viga sobre um apoio elástico, mas rotada de 90°. Na Figura 30 está representada uma estaca, que definirá a teoria para utilização do programa. A solução é conhecida como solução matricial.



Figura 30: Esquema de definição do método de BOWLES (1974)

Se relacionarmos um nó da estrutura, a equação  $P_i = A_i \cdot F_i$  é válida. Esta equação relaciona as forças externas P às forças internas F, usando uma constante de proporcionalidade A. Para um conjunto de nós a equação fica:

$$P = A.F$$
 Equação 70

Também relacionando as deformações internas dos membros estruturais dos nós (e), aos deslocamentos externos (X), tem-se:

$$e = B.X$$
 Equação 71

Onde B é a matriz, que segundo WANG (1970), é a transposta da matriz A  $(B=A^T)$ ; portanto:

 $e = A^T X$  Equação 72

As forças internas F são relacionadas às deformações internas e através da seguinte expressão:

$$F = S.e$$
 Equação 73

As equações 3.52 são as fundamentais do deslocamento e rigidez do método de análise matricial. Substituindo a equação 3.54 na equação 3.55, ficará:

$$P = A.S.A^{T}.X$$
 Equação 74

# 3.10 Soluções para estacas ou tubulões curtos baseada no coeficiente de reação horizontal.

Quando a estaca ou o tubulão não passa no critério estabelecido nas soluções para estacas ou tubulões longos baseadas no coeficiente de reação horizontal para que seja tratado como viga flexível com apoio elástico, deve-se lançar mão de uma solução para elemento rígido com apoio elástico, tipo Winkler. Uma dessas soluções é o chamado Método Russo.

#### 3.10.1 Método Russo

A solução de estacas curtas imersas em meio elástico é obtida a partir das três equações de equilíbrio da estática, uma vez que se admite que as mesmas sofram deslocamentos de corpo rígido. Assim, o deslocamento final da estaca pode ser decomposto em três deslocamentos básicos (horizontal, vertical e giro), aos quais o solo responde com pressões proporcionais ao deslocamento (conceito do coeficiente de reação horizontal).

O método mais difundido entre nós é o chamado método russo (Fig. 31), adaptado por Paulo Faria (para caso de tubulões com base alargada).

Chamando  $K_y$  o coeficiente de reação vertical do solo que serve de apoio à base do tubulão;  $K_l = n_b l / D_f$ , o coeficiente de reação horizontal, na profundidade  $l \in A_b$  = área da base do tubulão, as equações de equilíbrio conduzem às seguintes expressões:



Figura 31: Estaca curta, método russo (Velloso, 2002).

(a) Deslocamentos no topo e giro do tubulão

$$\Delta_{y} = \frac{2H}{K_{l}lD_{f}} + \frac{2}{3}l\alpha \quad \Delta_{z} = \frac{P}{K_{v}A_{b}} \qquad \alpha = \frac{2Hl + 3M}{\frac{1}{12}K_{l}l^{3}D_{f} + \frac{3}{16}K_{v}A_{b}D_{f}^{2}} \quad \text{Equação 75}$$

(b) Pressões ao longo do fuste e na base

$$\sigma_z = \frac{K_l}{l} z \Delta_y + \frac{K_l}{l} z^2 \alpha$$
 Equação 76

Cujos valores máximos são:

$$\sigma_z m \dot{a} x = -\frac{K_l \Delta_y^2}{4\alpha l} \qquad \sigma'_a = K_l (l\alpha - \Delta_y) \qquad \sigma_{a,b} = \frac{P}{A_b} \pm \frac{K_v D_b}{2} \alpha \quad \text{Equação 77}$$

(c) Ponto de giro

$$z_o = \frac{\Delta_y}{\alpha}$$
 Equação 78

Para se considerar o tubulão estável, basta atender as seguintes condições:

$$\alpha' < \gamma l \left( K_p - K_a \right) \qquad \qquad \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2} \le \sigma_s \qquad \qquad \sigma_b \le 1.3\sigma_s \qquad \text{Equação 79}$$

Sendo  $\gamma$  = peso específico do solo que envolve o tubulão

 $K_a$  a  $K_p$  = coeficientes de empuxo de Rankine

 $\sigma_s$  = tensão admissível do solo no apoio do tubulão

## 4. TRATAMENTO PELA TEORIA DE ELASTICIDADE

#### 4.1 Teoria Básica

As deflexões laterais podem ser calculadas a partir da equação de MINDLIN (1936) assumindo um solo ideal, elástico e isotrópico com um módulo de elasticidade  $E_s$ , e um coeficiente de Poisson,  $\mu_s$ , constantes. O modelo também dá soluções aproximadas para módulos variáveis (areias e argilas normalmente adensadas) e para sistema em camadas. Ainda não é possível resolver com a teoria casos quando o módulo no descarregamento for maior que no carregamento.

Assume-se, nos cálculos, que o solo possa resistir altas tensões laterais de tração que se desenvolvem no solo. Como a resistência à tração de um solo é baixa, a deflexão

lateral atual e a rotação irão ser maiores que aquelas calculadas pela teoria da elasticidade.

POULOS pesquisou o comportamento de uma estaca vertical simples flutuante, sujeita a uma carga horizontal e um momento. Os fundamentos do método serão expostos para o caso de uma estaca flutuante, Figura 32.



Figura 32: Tensões que atuam (a) na estaca e (b) no solo (Velloso, 2002).

#### 4.2 Método de Poulos (1971)

a) Estaca isolada em solo com módulo de elasticidade constante com a profundidade.

Aplicável a argilas rijas, que são consideradas material elástico ideal, semiinfinito, homogêneo, isotrópico, com Módulo de Elasticidade (Es) e Coeficiente de Poisson (vs), que não é alterado pela presença da estaca. Poulos (1971) obteve soluções adimensionais em função do fator de flexibilidade da estaca (KR), que permite a estimativa dos deslocamentos ( $\rho$ ) e das rotações ( $\theta$ ) do topo da estaca ao nível do terreno, das pressões pz aplicadas ao solo e momentos fletores ao longo do fuste da estaca. Poulos (1971) observa que a variação de vs não tem influência significativa nos resultados, e assim, as soluções foram desenvolvidas para vs = 0,5.

$$K_{R} = \frac{E_{p}I}{E_{s}L^{4}}$$
 = fator de flexibilidade da estaca Equação 80

Estacas sob esforços transversais - Prof. Eng. Civil José W. Jiménez Rojas

Para estacas com o topo livre (Figura 33), o deslocamento e a rotação na superfície do terreno são definidos, respectivamente, por:



Figura 33: Estaca isolada (Poulos, 1971 apud Junior, 2003).

## Para estacas com o topo engastado:

$$\rho = I_{\rho F} \frac{H_0}{E_s L}$$
 Equação 83

Sendo Ho: Força horizontal aplicada no topo da estaca.

 b) Estaca Isolada em Solo com Módulo de Elasticidade Linearmente Crescente com a Profundidade.

Aplicável a areias e a argilas moles normalmente adensadas, o Módulo Es é considerado linearmente crescente com a profundidade, partindo de zero na superfície, e podendo ser definido pela equação:

$$Es = N_h Z$$
 Equação 84

Sendo Nh : fator que expressa a taxa de crescimento de Es com a profundidade. O fator de flexibilidade KN da estaca é definido por:

O fator de flexibilidade K<sub>N</sub> da estaca é definido por:

$$K_N = \frac{E_p I_P}{N_h L^5}$$
 Equação 85

Na superfície do terreno, o deslocamento e a rotação de estacas com o topo livre são calculados, respectivamente, pelas expressões:

$$\rho = \frac{H_0}{N_h L^2} \left( I_{\rho H} + \frac{e}{L} I_{\rho M} \right)$$
Equação 86
$$\theta = \frac{H_0}{N_h L^3} \left( I_{\theta H} + \frac{e}{L} I_{\theta M} \right)$$
Equação 87

Sendo  $I_{\rho H}$ ,  $I_{\rho M}$ : fatores de influência para deslocamentos devidos à força horizontal e momento fletor aplicados no topo da estaca com o topo livre, ambos fornecidos por Poulos & Davis (1980); e

 $I_{\theta H}$ ,  $I_{\theta M}$ : fatores de influência para rotações devidos à força horizontal e momento fletor aplicados no topo da estaca com o topo livre, também fornecidos por Poulos & Davis (1980).

Para estacas com o topo engastado, o deslocamento, ao nível da superfície do terreno, é calculado pela expressão:

$$\rho = \frac{H_0}{N_h L^2} I_{\rho F}$$
 Equação 88

Sendo I<sub>pF</sub>: fator de influência para deslocamentos devido à força horizontal aplicada no topo da estaca com o topo engastado, fornecido por Poulos & Davis (1980). Analogamente ao caso de solos com módulo constante, são disponíveis gráficos para a determinação dos momentos fletores de estacas com o topo livre, e dos momentos de engastamento para estacas com o topo engastado, além da consideração da plastificação do solo. Esses fatores não serão apresentados, mas podem ser encontrados em Poulos & Davis (1980).

## 5. MÉTODOS PARA AUMENTAR A RESISTÊNCIA LATERAL DAS ESTACAS

Broms (1972) discutiu alguns métodos para aumentar a resistência lateral das estacas carregadas lateralmente. Como mostrado na Figura 34, a maioria destes processos constituem em aumentar a dimensão e/ou a rigidez das estacas perto da

superfície do solo. O uso de uma camada da areia ou de cascalho colocada em torno da estaca é muito eficaz para argilas macias quando as estacas são sujeitadas às cargas cíclicas. A camada trabalha gradualmente para baixo na argila e aumenta assim o diâmetro eficaz da estaca. A altura da camada em torno das estacas é limitada, entretanto, pela capacidade de rolamento do solo subjacente.



Figura 34: Métodos usados para aumentar a resistência lateral das estacas (Poulos and Davis, 1980).

## 6. ESTACAS CARREGADAS TRANSVERSALMENTE EM PROFUNDIDADE (ESTACAS PASSIVAS)

O valor da pressão horizontal  $P_h$  que atua nas estacas bem como sua distribuição são funções, entre outros, dos seguintes fatores:

- Características da camada compressível;
- Grandeza da carga unilateral;
- Rigidez relativa entre o solo e a estaca;
- Geometria do estaqueamento e condições de contorno;

- Posição relativa entre a estaca e a sobrecarga;
- Tempo a partir da instalação das estacas.

Por essas razões, a avaliação dessas pressões horizontais ainda é um problema não totalmente resolvido, tendo sido proposto vários métodos.

## 6.1 Método de Tschebotarioff

Este autor recomenda a utilização de um diagrama triangular de pressões agindo na estaca (Fig. 35), no lado da sobrecarga, cujo à meia-altura da camada compressível é dada por:

$$P_h = 0.4\Delta\sigma_z$$
 Equação 89

O método de Tschebotarioff só se aplica ao caso de estacas rígidas. Além disso, não leva em conta os espaçamentos entre as estacas nem a redução da pressão horizontal nas estacas que estão mais afastadas do aterro (efeito de sobra das estacas da primeira linha sobre as demais).



Figura 35: Pressões horizontais segundo Tschebotarioff (Alonso 1989).

Uma outra deficiência do método é a consideração de que os esforços nas estacas são diretamente proporcionais à espessura da camada compressível e, portanto tendem a ser exagerados a partir de uma certa profundidade, quando a camada compressível for muito espessa. Para o cálculo dos momentos atuantes nas estacas, podem-se distinguir duas condições de apoio:

 a) Estaca engastada no bloco e rotulada na interface da camada resistente inferior com a camada compressível, conforme a Figura 36a (desprezandose a reação do solo contra a estaca).

$$M_{B} = \frac{P_{h}Dd^{2}}{256\ell^{2}}(32\ell - 3d)$$
 Equação 90

$$M_{m} = \frac{P_{h}Dd^{2}}{8}(1,67 - \frac{3d}{2\ell} + \frac{9d^{3}}{64\ell^{3}})$$
 Equação 91

Sendo 
$$D = diâmetro da estaca$$
  
 $d = espessura da camada compressível$   
 $\ell = ver Figura 32$ 

 b) Estaca bi-rotulada no bloco e no término da camada compressível, como indica a Figura 36b (desprezando-se a reação do solo superior contra a estaca).

$$M_{m} = \frac{P_{h}Dd^{2}}{8}(1,67 - d / \ell)$$

Equação 92



Figura 36: Condições de contorno da estaca (Alonso 1989).

#### 6.2 Métodos para reduzir o carregamento nas estacas

Para diminuir as pressões horizontais nas estacas, pode-se lançar mão de alguns procedimentos como melhorar a resistência da camada compressível, utilizando drenos de areia com sobrecarga, ou solo reforçado com colunas de ligantes químicos como o cimento e a cal.

Outra solução é a utilização de material de baixo peso especifico no aterro, tal como escória de alto-forno ou argila expandida ou, ainda, criar vazios na massa do aterro utilizando-se de bueiros de concreto ou de aço (Figura 37) como sugere Aoki.



Figura 37: Utilização de bueiros para reduzir o peso do aterro (Alonso 1989).

Também a utilização de estacas sobre as quais se colocam placas de concreto (geralmente pré-fabricadas) pode ser uma solução (Fig. 38).



Figura 38: Utilização de estacas e placas de concreto (Alonso 1989).

O espaçamento e o tamanho das placas podem ser obtidos a partir da Figura 39, como sugere Broms. As placas são geralmente, dimensionadas admitindo-se uma carga

uniforme distribuída, embora junto às bordas a pressão seja maior que no centro devido ao arqueamento do solo do aterro.

A espessura do aterro é importante neste tipo de solução, devendo ter uma espessura compatível com o espaçamento entre as placas, de modo a garantir o efeito de arco e evitar que as placas girem quando forem carregadas. Broms sugere um mínimo de 2m de altura, sendo que, para aterros de menor espessura, devem ser usados geotêxteis para melhorar sua resistência.



Figura 39: Espaçamentos entre placas (Alonso 1989).

A granulometria do aterro também é importante nesta solução e deve o mesmo ser constituído por areia, pedregulho ou blocos de rocha. No caso de se utilizar argila. Broms sugere a adoção de uma camada de pedra britada imediatamente acima das placas com cerca de 1 metro de espessura.

Por outro lado, as estacas próximas ao pé do aterro deverão ser analisadas levando-se em conta o desequilíbrio dos empuxos (Pa > Pa2). A utilização de estacas ligeiramente inclinadas (Fig. 40) pode ser uma solução.



Figura 40: Disposição das estacas próximas ao pé de talude (Alonso 1989).

## 7. CONSIDERAÇÕES DAS NORMAS

## 7.1 Norma Brasileira (NBR 6122/1996)

## 7.6 Tração e esforços transversais:

Item 7.6.1 - No caso de prova de carga a tração ou carga horizontal, vale o coeficiente de segurança 2 à ruptura e o coeficiente de segurança 1,5 em relação à carga correspondente ao deslocamento compatível com a estrutura. Numa prova de carga com cargas transversal e vertical, a seqüência de carregamento deve reproduzir, da melhor forma possível, o trabalho da estaca na obra.

Item 7.6.2 - Em estruturas sujeitas a esforços cíclicos, as eventuais provas de carga devem ser programadas de modo a verificar a influência deste tipo de carregamento. Esta programação deve ficar a critério do projetista estrutural.

#### 7.2 Eurocode 7 – Projeto Geotécnico

## 7.3.2.4 Carregamento transversal:

(1) Os movimentos transversais do terreno originam carregamento transversal nas fundações por estacas, o qual deve ser considerados caso ocorra uma das seguintes situações ou suas combinações:

- Sobrecargas diferentes em lados opostos da fundação por estacas;
- Níveis diferentes de escavação em lados opostos da fundação por estacas;
- Proximidade da extremidade de um aterro;
- Fundação por estacas construída num talude sujeito a fluência;
- Estacas inclinada em aterros sujeitos a adensamento;
- Estacas em zonas sísmicas.

(2) Normalmente é conveniente avaliar o carregamento transversal em fundações por estacas mediante consideração das estacas como vigas inseridas num terreno deformável. No caso de deformação horizontal das camadas superiores de menor resistência ser elevada e as estacas terem espaçamento elevado, o carregamento transversal resultante depende da resistência ao corte das camadas de menor resistência.

## 8. CONCLUSÕES

Entre muitos trabalhos pesquisados foi possível perceber que o método de Broms (1965) é bastante difundido.

Ratton (1985), em uma de suas conclusões de um artigo, publicado na Revista Solos e Rochas, intitulado "Dimensionamento de Estacas Carregadas Lateralmente em Profundidade", e aqui descrito, afirma que os métodos existentes para a análise de estacas carregadas lateralmente são fundamentalmente baseados na avaliação das pressões laterais que agem sobre as estacas. Estes métodos não consideram os fenômenos de interação entre o solo e as estacas, e alguns deles exigem o conhecimento de parâmetros de difícil, e mesmo impossível, determinação prática.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de fundações.** NBR 16122. Rio de Janeiro, 1986.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de fundações.** NBR 16122. Rio de Janeiro, 1996
- ALONSO, Urbano Rodrigues. **Dimensionamento de Fundações Profundas e Exercícios de Fundações**, Ed. Edgard Blücher Ltda, Sp. 1989.
- JÚNIOR, A. del P. Análise do comportamento de estacas do tipo broca escavada com trado mecânico, solicitadas por esforços transversais. Dissertação de mestrado. Faculdade de engenharia de ilha solteira. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Ilha Solteira, 2003.
- POULOS, H.G. & DAVIS, E.H. Pile Foundation Analysis and Design. The University of Sydney.
- POULOS, H. G. Behavior of laterally loaded piles: II Pile Groups, ASCE, v. 97, 1971, p. 733-751.
- RATTON, E. **Dimensionamento de estacas carregado lateralmente em profundidade**, Revista Solos e Rocha, 1985.

SHNAID, Fernando. Estacas Carregadas Lateralmente, UFRGS, 1993.

SOUZA, E. G. **Colapso de edifício por ruptura das estacas: estudo das causas e da recuperação.** Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2003.

SOARES, José M. D. Introdução ao Estudo de Fundações, UFSM, 2000.

VELLOSO, D.A. & LOPES, F. R. Fundações Profundas. COPPE – UFRJ, 2002.