

(AULA 1) TOPOGRAFIA

Para estudar Topografia é necessário estabelecer um paralelo com a Geodésia, isto porque aquela é um caso particular desta.

A Geodésia Elementar determina com precisão a posição de pontos fundamentais sobre a superfície terrestre, levando em consideração a curvatura da Terra. Estes pontos proporcionam à Topografia o apoio necessário para a amarração dos seus levantamentos.

Adotada a hipótese de operar no plano, o topógrafo restringe o seu campo de ação à pequenas áreas a fim de que não se acentuem os erros decorrentes da não consideração da curvatura terrestre.

Geodésia	Topografia
Mede grandes áreas	Mede pequenas áreas
Precisão muito elevada	Precisão elevada
Cálculo muito complexo	Cálculo mais simplificado
Leva em conta a curvatura da terra	Não leva em conta a curvatura da terra

Alguns exemplos de aplicação da Topografia:

- projetos e execução de estradas;
- grandes obras de engenharia, como pontes, portos, viadutos, túneis, etc.;
- locação de obras;
- trabalhos de terraplenagem;
- monitoramento de estruturas;
- planejamento urbano;
- irrigação e drenagem;
- reflorestamentos;
- levantamentos cadastrais, etc.

Em diversos trabalhos a Topografia está presente na etapa de planejamento e projeto, fornecendo informações sobre o terreno; na execução e acompanhamento da obra, realizando locações e fazendo verificações métricas; e finalmente no monitoramento da obra após a sua execução, para determinar, por exemplo, deslocamentos de estruturas.

Divisões da Topografia

A topografia divide-se, basicamente, nas seguintes partes:

a) Topometria, que trata da medição de distâncias e ângulos de modo que permita reproduzir as feições do terreno o mais fielmente possível. Ela subdivide-se em planimetria e altimetria.

Planimetria: são medidos os ângulos e distâncias no plano horizontal, como se a área estudada fosse vista do alto, obtendo-se ângulos azimutais e distâncias horizontais. Na planimetria são utilizados principalmente os teodolitos, trenas e balizas, hoje em dia também se utiliza estações totais com e sem prisma e GPS.

Altimetria: são medidos os ângulos e distâncias verticais, ou seja, as diferenças de nível e os ângulos zenitais. Nesse caso, os levantamentos elaborados são representados sobre um plano vertical, como um corte do terreno. Na altimetria são empregados os níveis de precisão, miras graduadas e trenas, hoje em dia também se utiliza estações totais com e sem prisma e GPS.

b) Taqueometria, a divisão que trata do levantamento de pontos de um terreno, in loco, de forma a se obter rapidamente plantas cotadas ou com curvas de nível, que permitem representar no plano horizontal as diferenças de níveis. Na taqueometria são empregados os teodolitos (taqueômetros) e miras graduadas. Hoje em dia também pode se utilizar estações totais com e sem prisma e GPS.

c) Topologia, como subdivisão da topografia, é a parte que trata da interpretação dos dados colhidos através da topometria. Essa interpretação visa facilitar a execução do levantamento e do desenho topográfico (representação cartográfica do terreno), através de leis naturais do relevo terrestre que, quando conhecidas, permitem um certo controle sobre possíveis erros, além de um número menor de pontos de apoio sobre o terreno.

d) Fotogrametria é a ciência que permite conhecer o relevo de uma região através de fotografias. Inicialmente as imagens eram tomadas do solo, mas, atualmente elas são produzidas principalmente a partir de aviões e satélites. Nesses casos de sensoriamento remoto, são usados os conhecimentos da estereoscopia, de modo que seja possível perceber o relevo da região fotografada ou imageada e medir as diferenças de nível, para se produzir as plantas e cartas.

Unidades de Medidas

Em topografia utilizam-se três espécies de grandezas: lineares, superficiais e angulares.

- a) **Linear** : a unidade principal é o metro (m) e seus derivados tais como mm, cm, dcm(dm), m, dam(da), hm(hc) e km.
- b) **Superficial** : a unidade mais usada é o metro quadrado (m²) e seus derivados, tais como mm², cm², dcm²(dm²), m², dam²(da² ou are), hm²(hc² ou ha=hectare) e km².
- c) **Angular** : grau, grado e radiano (arco de comprimento igual ao raio da circunferência)

Medidas angulares:

- Dois tipos principais de divisão de arcos, o sexagesimal e o centesimal.

a) Sistema sexagesimal (Grau): considera a divisão da circunferência em 360 partes, onde uma parte equivale a 1°, 1° equivale a 60' e 1' equivale a 60". Onde a circunferência tem 360°.

1° (um grau) , 1' (um minuto) , 1" (um segundo)

b) Sistema centesimal (Grado): divide a circunferência em 400 partes, onde uma parte equivale a 1^{gr}, 1^{gr} equivale a 100' e 1' equivale a 100". Onde a circunferência tem 400^{gr}.

1^{gr} (um grado) , 1' (um minuto) , 1" (um segundo)

O grado não é utilizado no Brasil, costuma ser utilizado em Portugal e alguns países europeus.

Conversão de Graus para Grados e vice-versa:

A relação existente é:

$$\frac{\alpha^{\circ}}{\alpha^{gr}} = \frac{360^{\circ}}{400^{gr}} = \frac{9^{\circ}}{10^{gr}}$$

Instrumental Básico de Topografia

a) **Diastímetros:** são medidores de distância (trenas, corrente de agrimensor, distanciômetros).



b) **Bússolas** (com agulhas imantadas para localizar o Norte)



c) **Goniômetros (teodolitos, estações totais):** medem ângulos e indiretamente distâncias.



d) **Níveis:** medem desníveis de terrenos



e) **Acessórios:** piquetes, balizas, mira, marreta, prisma, etc.



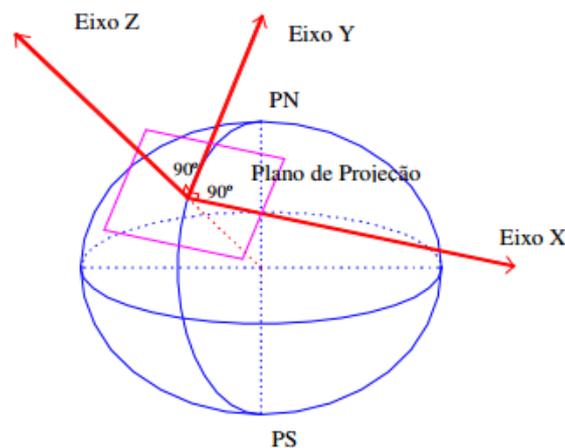
Referências para levantamentos topográficos

Uma vez que a Topografia busca representar um conjunto de pontos no plano é necessário estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas para a representação dos mesmos. Este sistema pode ser caracterizado da seguinte forma:

Eixo Z: materializado pela vertical do lugar (linha materializada pelo fio de prumo);

Eixo Y: definido pela meridiana (linha norte-sul magnética ou verdadeira);

Eixo X: sistema dextrógiro (formando 90° na direção leste).

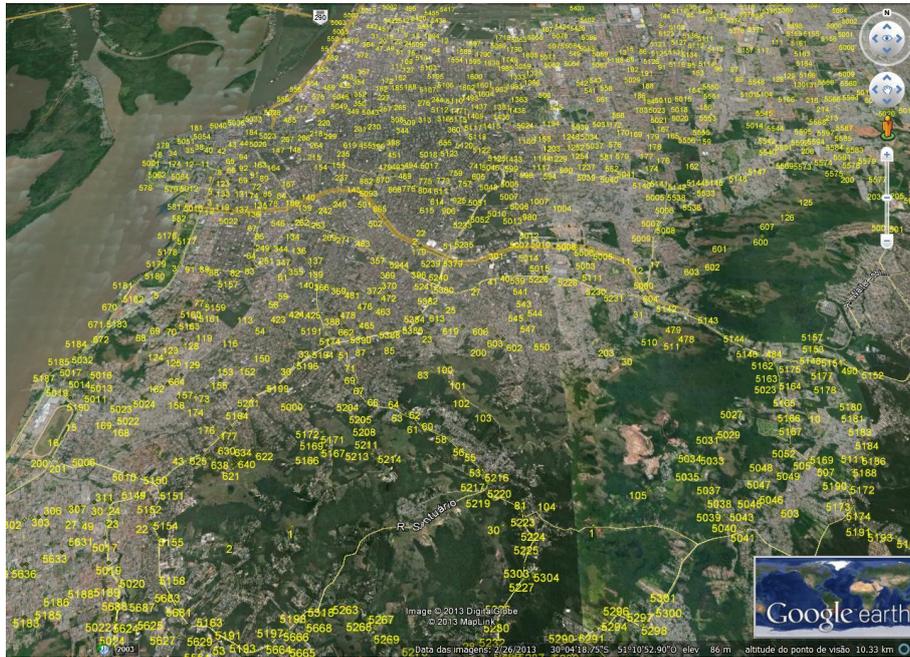


Para que uma rodovia ou qualquer outra aplicação em engenharia seja implementada, existe a necessidade de obter dados através de um sistema de referência geodésico, que são implantados através dos Marcos Geodésicos.

Marcos geodésicos: Fornecem as coordenadas (X,Y,Z) que servirão de base para o levantamento topográfico.

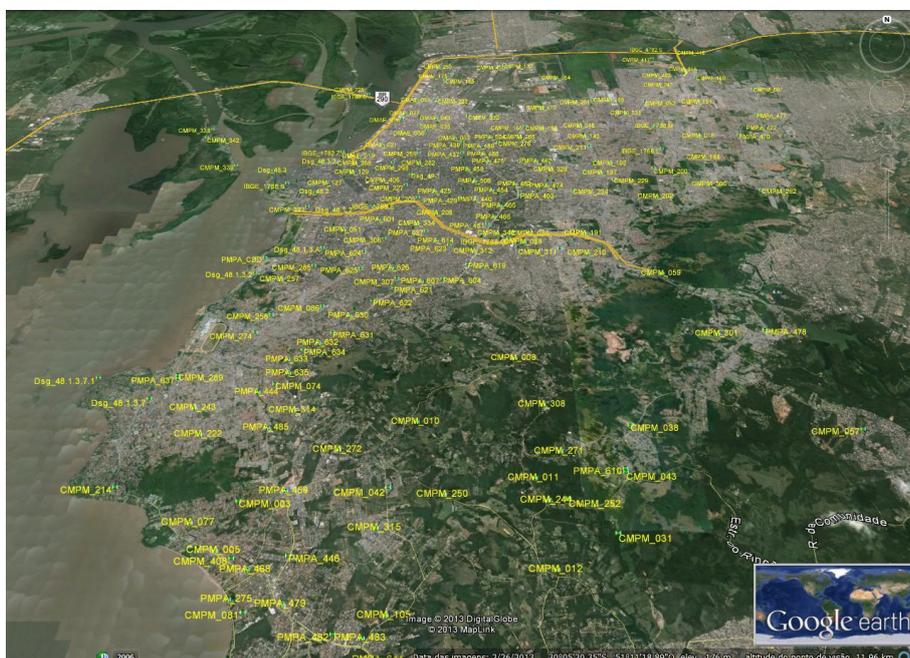


Pinos: Geralmente reproduzidos a partir dos marcos pelas cartografias municipais dentro de cidades e fornecem as coordenadas (X,Y), coordenadas planas, que servirão de base para o levantamento topográfico, normalmente são implantados entre dois meios-fios. Na foto abaixo se observa uma rede de pinos instalada na cidade de Porto Alegre



Pinos – referência (X , Y) – Porto Alegre/RS

Referências de nível (RN): Também reproduzidas a partir dos marcos, fornecem a coordenada (Z), altimétrica, que servirá de base para o levantamento topográfico. Na foto abaixo se observa uma rede de RNs instalada na cidade de Porto Alegre



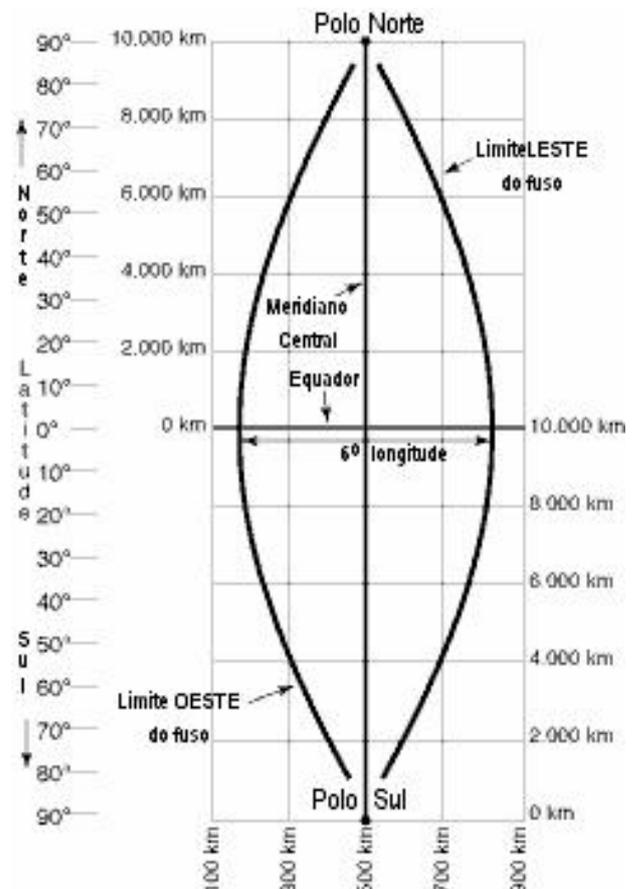
Referências de Nível (RN) – referência (Z) – Porto Alegre/RS

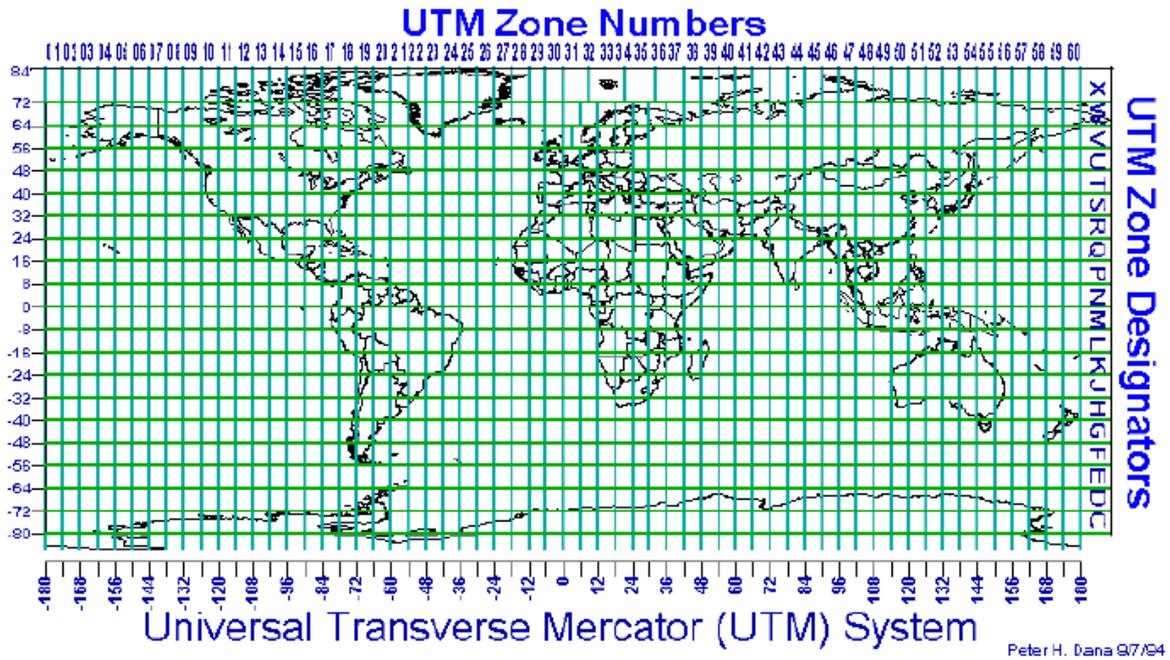
Sistema de Coordenadas UTM

- Um dos principais objetivos da Topografia é a determinação de coordenadas relativas de pontos.
- Para tanto, é necessário que estas sejam expressas em um sistema de coordenadas.
- O sistema de coordenadas UTM é um sistema ortogonal dimensionado em metros (ou quilômetros) em Norte (eixo de y) e Este (eixo de x). Coordenadas (X,Y) ou (N,E).
- A projeção é cilíndrica central e limitada a faixas de meridianos de 6 graus, ou seja, a cada múltiplo de 6 graus meridianos, passa-se para outro cilindro (Zona UTM ou Fuso UTM) de projeção.



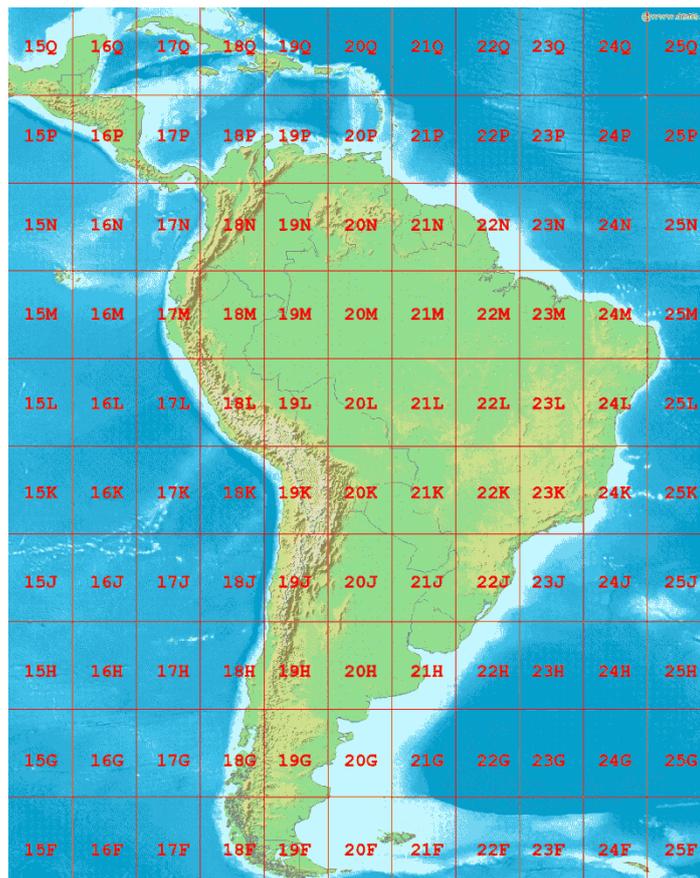
- O sistema de projeção UTM é um sistema Mercator Transversa elipsoidal, ao qual foram aplicados parâmetros específicos, com os meridianos centrais, funcionando como eixos de coordenadas rectangulares de cada fuso.
- Para tal a terra é dividida, entre as latitudes de 84° N e 80° S, em 60 fusos, com uma largura genérica de 6° em longitude.
- Os fusos são numerados de 1 a 60 no sentido Leste, a partir do anti-meridiano de Greenwich (180° de Longitude).





Existe ainda uma divisão em zonas quadrangulares completando a divisão já feita em longitude, com outra de 8° em latitude; estes quadrangulos são designados em cada fuso, por letras do alfabeto de C a X (exceção do I e O) e de Sul para Norte.

UTM Zone Numbers – América do Sul



Orientação do NORTE

A direção base nada mais é do que um dos lados de um ângulo que expressa uma direção entre dois pontos em relação ao Norte. As direções bases tomadas como referência para orientação em campanha, são três:

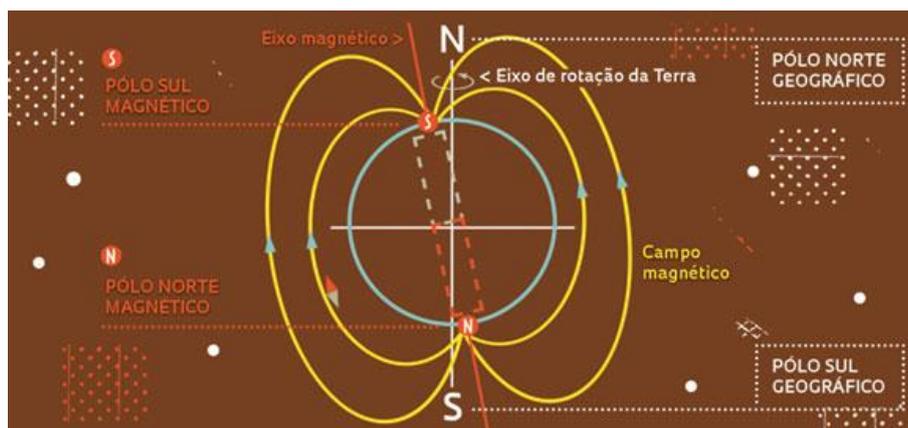
- **Norte Verdadeiro ou Geográfico (NV/NG)** - É a direção que passa pelo pólo norte da terra, ou seja, pelo ponto de latitude 90° . Empregado em levantamentos quando se deseja grande precisão, normalmente não é utilizado.

- **Norte Magnético (NM)** - É a direção que passa pelo pólo magnético da terra, ou seja, pelo ponto para qual são atraídas todas as agulhas imantadas. Normalmente utilizado em levantamentos porque pode ser facilmente determinado através de uma bússola.

E comum que levantamentos topográficos sejam feitos com o Norte Magnético e depois corrigidos para o Norte Verdadeiro pelo valor da declinação magnética do local.

Por muito tempo se pensou que o norte geográfico (verdadeiro) e o norte magnético eram um só. Em 1831, o explorador inglês James Ross verificou que não eram iguais ao chegar ao Ártico e ver que a bússola apontava para o chão, o norte magnético (as linhas de força eram verticais e a única posição em que a agulha aquietava era na vertical).

O norte geográfico resulta do movimento de rotação da Terra, enquanto o norte magnético é o resultado do campo magnético gerado pelo movimento do metal fundido do núcleo externo em torno do núcleo metálico sólido da Terra. Os dois nortes, portanto, expressam fenômenos geofísicos diferentes. Usando esse princípio os chineses inventaram a bússola e os europeus se lançaram às grandes navegações.



Uma agulha imantada aponta sempre para o polo norte magnético e, de modo aproximado, para o norte geográfico. O ângulo entre o norte magnético e o geográfico reflete a declinação magnética do lugar e varia geralmente de 20 a 30 graus. Como o campo magnético varia com o tempo, atualmente em São Paulo a diferença entre os dois nortes é de 23 graus.

Uma confusão frequente é quanto à nomenclatura dos polos. Pela convenção física, o polo magnético norte estaria situado no sul da Terra e vice-versa. Para evitar essa confusão, convencionou-se chamar de polo norte magnético o polo que está próximo ao polo norte geográfico, o mesmo ocorrendo com o polo sul.

Declinação magnética

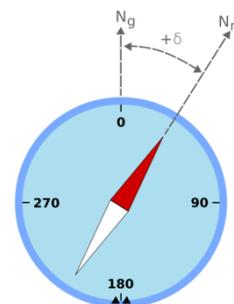
A **declinação magnética** de um local é a medida do ângulo formado entre a direção do norte magnético, apontado pela agulha de uma bússola, com relação à direção do norte verdadeiro (geográfico).

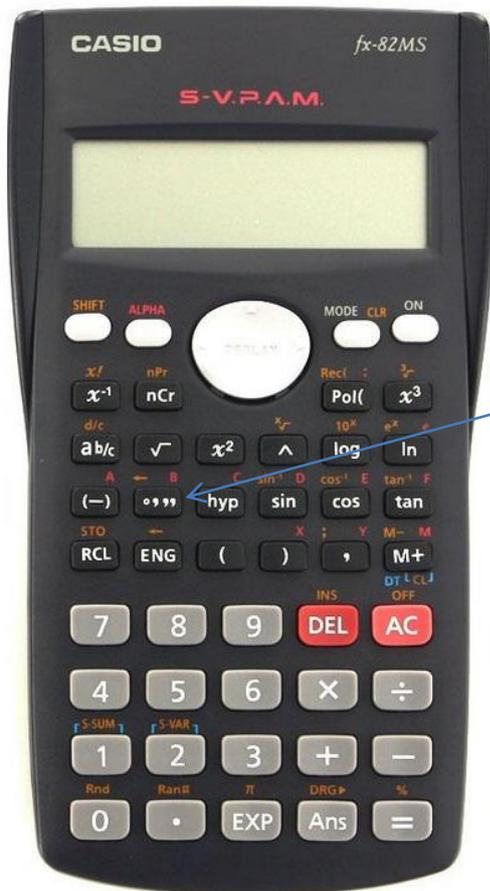
- Uma declinação positiva ou leste significa que o norte magnético está desviado do norte verdadeiro no sentido horário. Exemplos: 12° , 10°L e 11°E (*east*).
- Uma declinação negativa ou oeste significa que o norte magnético está desviado do norte verdadeiro no sentido anti-horário. Exemplos: -10° , 13°O e 8°W (*west*).

Apesar de inconstante, a **declinação magnética** de um local pode ser encontrada em mapas, periódicos, como cartas náuticas e aqueles que apresentam linhas de igual declinação bastando o usuário fazer o transporte de retas (com um jogo de esquadros) para a localidade pretendida.

A **declinação magnética** para uma posição geográfica em determinada data pode ser calculada de acordo com um modelo empírico de abrangência mundial desenvolvido pelo *National Geophysical Data Center* (NGDC/NOAA), nos Estados Unidos. Este centro disponibiliza na Internet uma página intitulada *Magnetic Field Calculators* que permite calcular a **declinação magnética** de qualquer local em uma data escolhida no site:

<http://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/>





Tipo de calculadora preferencial para aulas de topografia, existem marcas diferentes, Casio, Tilibra, HP, etc.

Porém o fundamental é que possui o botão “mágico” de “graus, minutos e segundos” e as funções trigonométricas.

“TRAZER CALCULADORA NA PRÓXIMA E EM TODAS AS AULAS DE TOPOGRAFIA”

PLANIMETRIA

É a representação em um plano horizontal, o relevo (diferença de nível) não é levado em consideração.

As medidas envolvidas em um trabalho planimétrico são lineares e angulares e o objetivo é a representação plana do terreno, com os lados e ângulos bem definidos, assim como sua posição em relação às coordenadas geográficas e o valor de sua superfície em m² ou ha.

ERROS E FALTAS EM TOPOGRAFIA

- a) **Falta** : desleixo e negligência do operador, são muito mais prejudiciais do que os erros (não tem volta). Ex. Erro na leitura, esquecimento do nivelamento do aparelho, bater no aparelho (deslocamento)
- b) **Erros** : São de 2 tipos
- Sistemáticos (erros dos aparelhos: defeitos, calibração, precisão,..)
 - Acidentais (ventos, obstáculos)

Erro tolerável : aquele que é admitido para a precisão do trabalho, veremos no cálculo da planilha da planimetria a tolerância angular e linear.

a) Medidas lineares

a.1) Método direto: através de trena e distanciômetros

Problemas que podem ocorrer na medida linear a trena:

- Catenária ou barriga - falta
- Sistemática (defeito no instrumento) - erro
- Por desvio (manter o alinhamento) - falta
- Por descuido (trocar a baliza de lugar, leitura errada) - falta
- Falta de horizontalização da trena - falta
- Falta de prumo de baliza - falta

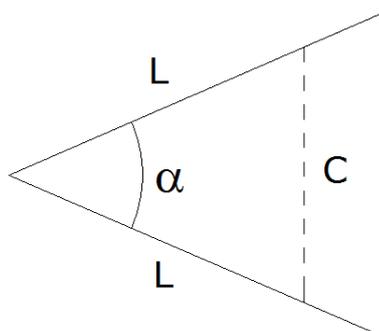
a.2) Método indireto: através de cálculos taqueométricos (taqueometria)

b) Medidas angulares

b.1) Posição verdadeira (em relação ao Norte) – Azimutes

b.2) Ângulos internos

- Obtenção indireta (através de trena) : $\boxed{\text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{0,5 \times C}{L}}$



α = ângulo (graus)

C = corda (m)

L = distância (m)

- Obtenção direta (através do teodolito)

c) Avaliação de áreas

c.1) Método gráfico (decomposição em triângulos retângulos): baixa precisão.

c.2) Método mecânico (com planímetro) : está em desuso.

c.3) Método analítico (cálculo de área a partir das coordenadas): método mais utilizado.

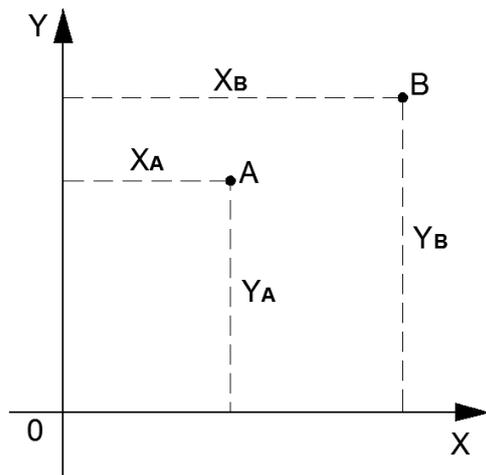
FUNÇÃO INVERSA (arc sen, arc sin, sen^{-1} , sin^{-1})

Se $y = \text{sen } x$ então $x = \text{arc sen } y$ ou $x = \text{sen}^{-1} y$,
onde x = valor do ângulo e y = valor do seno do ângulo

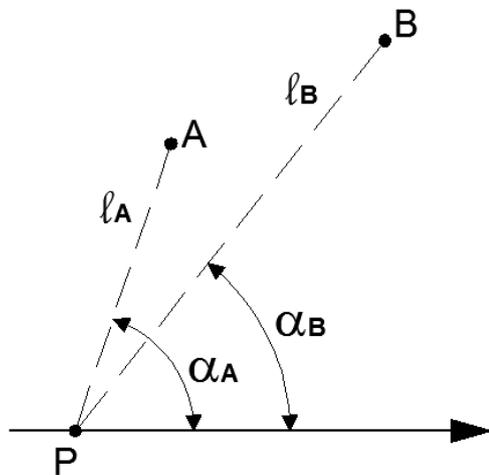
PLANIMETRIA

Métodos de levantamento

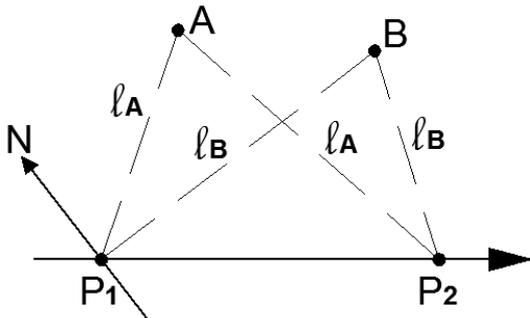
1. **Método Expedito** : utiliza trenas e balizas, para locações simples com relativa precisão.
2. **Método das Coordenadas Retangulares**: Definem coordenadas cartesianas que se relacionam através do ângulo reto. Ex. Ponto A (X_A, Y_A), Ponto B (X_B, Y_B)



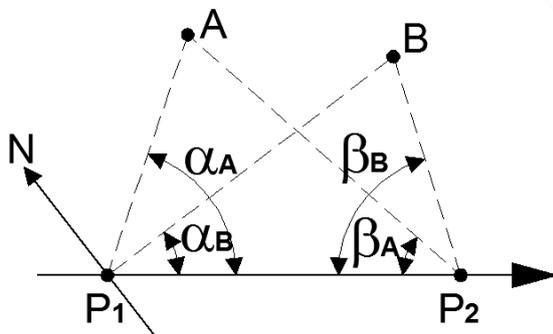
3. **Método das Coordenadas Polares**: Definem coordenadas polares que se correlacionam através do ângulo e distância horizontal, partindo de um ponto P conhecido. Ex. Ponto A (α_A, l_A), Ponto B (α_B, l_B)



4. **Método das Interseções Lineares:** Muito utilizado em levantamentos cadastrais à trena servindo para “amarrar” pontos de interesse utilizando-se pelo menos dois pontos de coordenadas conhecidas.



5. **Método das Interseções Angulares:** Utilizado em levantamentos geodésicos em que os lados são medidos apenas angularmente, como no método anterior se usa uma base para “amarrar” pontos de interesse utilizando-se pelo menos dois pontos de coordenadas conhecidas.

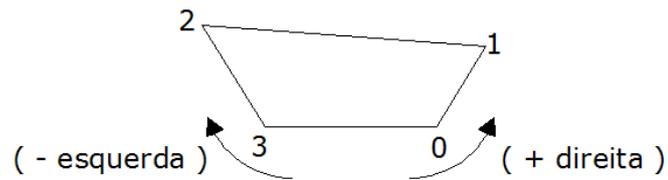


6. **Levantamentos usando Goniômetros:** Quando se deseja precisão elevada, centimétrica ou milimétrica. Teodolitos e estações totais são tipos de goniômetros.

Tipos de poligonais

- Poligonal fechada:** trabalha-se com azimutes
- Poligonal aberta:** trabalha-se com deflexões (maior propensão a erros usa-se poligonais geminadas)

Regra do Caminhamento: à direita (+), à esquerda (-)



Somatório dos ângulos internos de um polígono fechado (S)

$$S = (n - 2) \cdot 180^{\circ}$$

Onde:

n = número de vértices (ou número de lados) de um polígono.

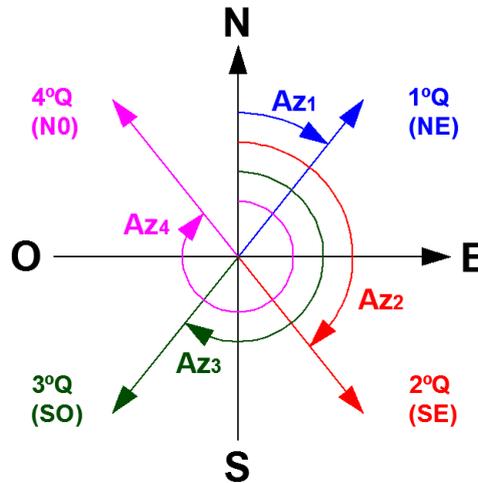
<p>Ex. Para um polígono fechado com 3 vértices (ou 3 lados)</p> $S = (3 - 2) \cdot 180^{\circ} = 1 \times 180^{\circ} = 180^{\circ}$ <p>Obs.: Não importa a forma do polígono, em todos os polígonos fechados que possuírem 3 vértices o somatório dos seu ângulos interno terão 180°.</p>	
<p>Ex. Para um polígono fechado com 4 vértices (ou 4 lados)</p> $S = (4 - 2) \cdot 180^{\circ} = 2 \times 180^{\circ} = 360^{\circ}$ <p>Obs.: Não importa a forma do polígono, em todos os polígonos fechados que possuírem 4 vértices o somatório dos seu ângulos interno terão 360°.</p>	

Erro angular

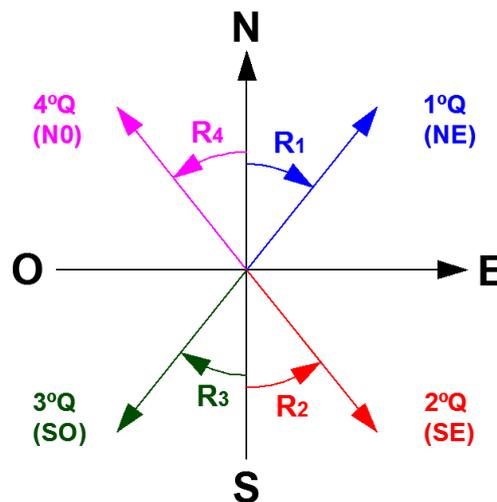
Valor angular “**para mais ou para menos**”, que “**excede ou faz falta**” ao valor calculado no somatório dos ângulos internos de um polígono fechado.

(AULA 3) Azimute e Rumo

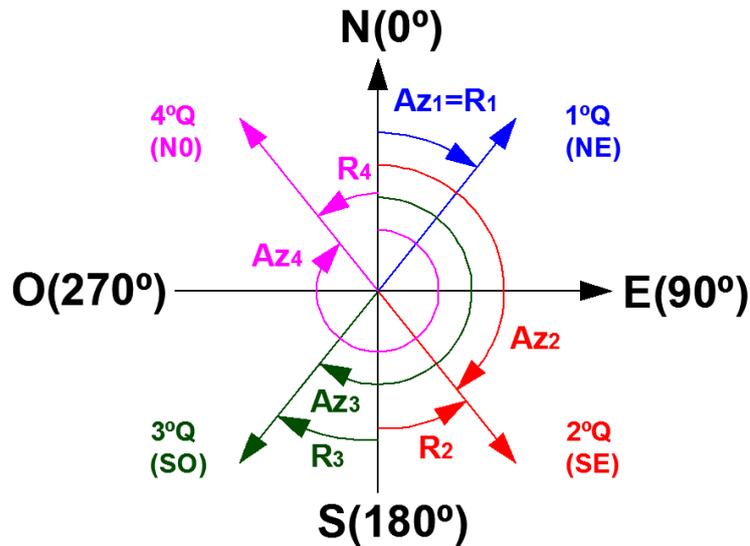
Azimute: É o ângulo formado a partir da direção Norte, no sentido horário, até a direção do alinhamento, tem variação angular de 0° a 360° .



Rumo: É o ângulo formado entre a direção do alinhamento e a direção Norte ou Sul, a que estiver mais próxima, tendo variação angular de 0° a 90° . É obrigatório informar o quadrante.



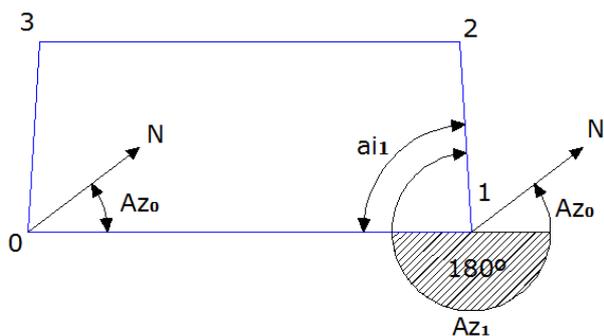
Azimute e Rumor



Quadrante	Azimute a partir do Rumor	Rumor a partir do Azimute
1ºQ (NE)	$Az_1 = R_1$	$R_1 = Az_1$
2ºQ (SE)	$Az_2 = 180^\circ - R_2$	$R_2 = 180^\circ - Az_2$
3ºQ (SO)	$Az_3 = 180^\circ + R_3$	$R_3 = Az_3 - 180^\circ$
4ºQ (NO)	$Az_4 = 360^\circ - R_4$	$R_4 = 360^\circ - Az_4$

Cálculo do Azimute

$$Az_n = Az_{n-1} \pm ai_n \pm 180^0$$



$$Az_n = Az_{n-1} \pm ai_n \pm 180^0$$

- (1) + caminhada a direita
 - caminhada a esquerda
- (2) + 180° : $Az_{n-1} + ai_n < 180^\circ$
 - 180° : $Az_{n-1} + ai_n > 180^\circ$

$$Az_1 = Az_0 + ai_1 \pm 180^0$$

Caminhamento à direita

Revisão de Escalas para a elaboração das plantas topográficas

Escala é uma razão de proporcionalidade, expressa pela relação entre medida gráfica ou de maquete com a medida real. Informa quanto a representação gráfica ou de maquete de um ente, objeto ou feição geográfica é menor que o seu equivalente verdadeiro.

A escala não pode ser apresentada por um número porque fica muito difícil interpretar. Por isso, se expressa seu valor por razão de proporção, relativa a uma unidade da medida gráfica. Assim, M é o módulo da escala. Esta fração é **adimensional**.

$$E = \frac{d \text{ (gráfica)}}{D \text{ (real)}} = \frac{1}{M} \quad \text{sendo} \quad M = \frac{D}{d}$$

Exemplo: Se você quer desenhar uma linha que tem 100m de comprimento (D) em uma folha A4, que tem 29,7cm no seu lado maior, (0,297m = d), o módulo da escala será:

$M = \frac{100}{0,297} \cong 337$, então você não poderá usar uma escala maior do que 1/337 porque o desenho não caberá na folha, neste caso o mais indicado seria a utilização de uma escala menor, como 1/350, 1/400 ou 1/500.

Obs: No caso de desenho em duas dimensões deverá ser testado os dois lados da folha para a utilização da escala que melhor se adapte.

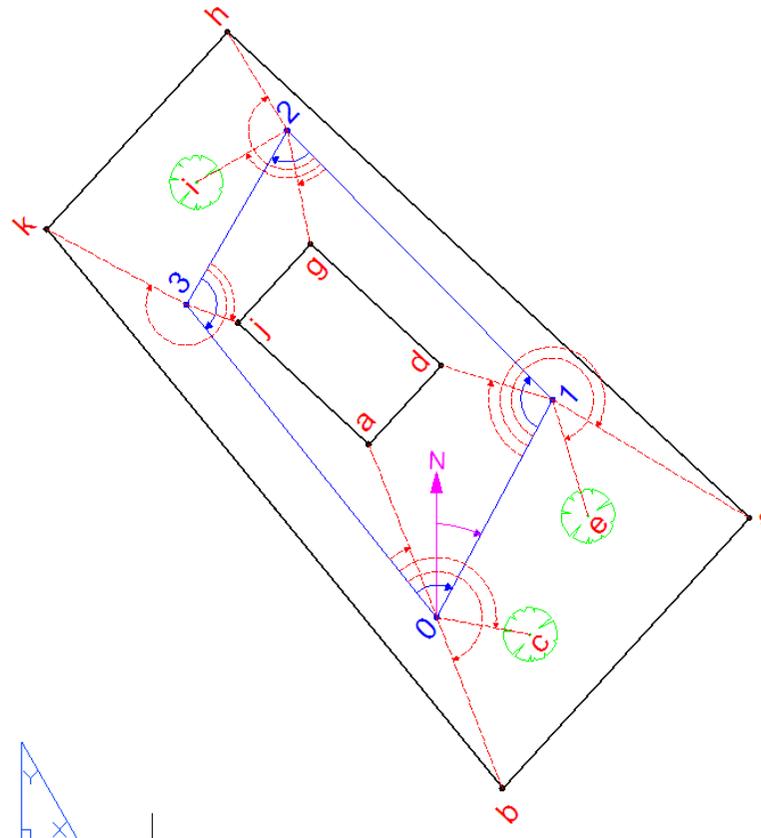
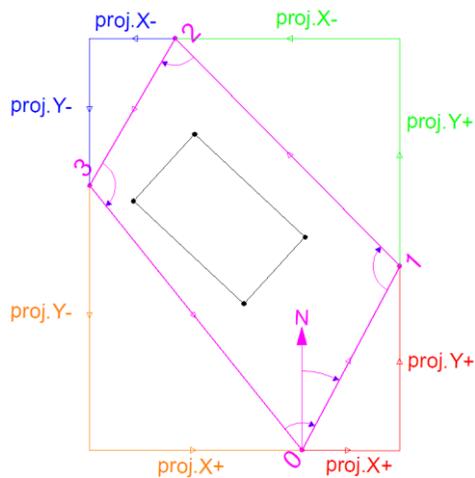
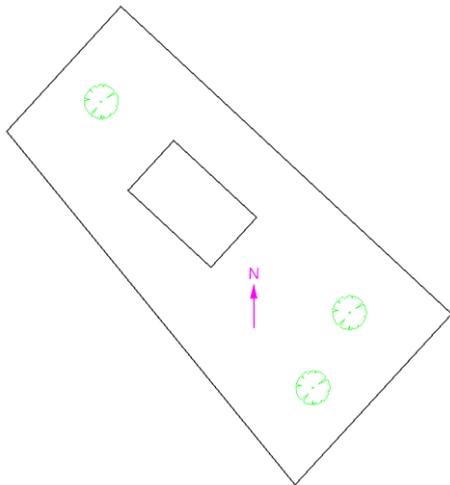
A escala gráfica sofre os mesmos efeitos que o desenho dos entes espaciais representados no mapa. Escalas gráficas informam com mais eficiência a razão de proporção, ou seja, é compreendida mais rapidamente.

Escalas numéricas expressam a razão de proporção através de frações onde o módulo M da escala usualmente é algarismo inteiro múltiplo de 10:

1:100 ou 1/100;
1:2500 ou 1/2500.

Observação: A escala 1/1000 é menor que 1/10, pois $0,001 < 0,1$. Isto quer dizer que o desenho na escala 1/1000 é menor que o mesmo desenho na escala 1/10.

Exercício: Levantamento topográfico planimétrico



$Az_0 = 28^\circ 07' 58''$

$d_{01} = 27,57m$	$ai_0 = 67^\circ 04' 08''$
$d_{12} = 42,38m$	$ai_1 = 107^\circ 04' 49''$
$d_{23} = 22,54m$	$ai_2 = 75^\circ 02' 57''$
$d_{30} = 44,89m$	$ai_3 = 110^\circ 48' 16''$

$d_{0a} = 20,80m$	$\hat{a}_{0a} = 17^\circ 14' 32''$
$d_{0b} = 20,40m$	$\hat{a}_{0b} = 197^\circ 53' 53''$
$d_{0c} = 10,68m$	$\hat{a}_{0c} = 139^\circ 09' 30''$
$d_{1d} = 13,12m$	$\hat{a}_{1d} = 78^\circ 56' 07''$
$d_{1e} = 13,59m$	$\hat{a}_{1e} = 314^\circ 41' 53''$
$d_{1f} = 25,80m$	$\hat{a}_{1f} = 272^\circ 39' 37''$
$d_{2g} = 12,94m$	$\hat{a}_{2g} = 33^\circ 07' 37''$
$d_{2h} = 12,90m$	$\hat{a}_{2h} = 193^\circ 13' 21''$
$d_{2i} = 11,76m$	$\hat{a}_{2i} = 105^\circ 05' 55''$
$d_{3j} = 6,17m$	$\hat{a}_{3j} = 78^\circ 49' 17''$
$d_{3k} = 17,86m$	$\hat{a}_{3k} = 267^\circ 52' 13''$

PLANILHA DA POLIGONAL

Est. (Vértice)	P.V. (Ponto visado)	Ângulo Interno		Azimutes	Azimutes		Distância (m)	Projeções		Correções		Projeções corrigidas		Coordenadas	
		Lidos	Corrigidos		Seno	Cosseno		X (E/O)	Y (N/S)	Cx	Cy	X	Y	X	Y
0	1	67° 04' 08"		28° 07' 58"			27,57							100,000	100,000
1	2	107° 04' 49"					42,38								
2	3	75° 02' 57"					22,54								
3	0	110° 48' 16"					44,89								
		Σ lidos	Σ corrigidos				Perímetro (PER)	Δx	Δy						

PLANILHA DAS AMARRAÇÕES (DETALHES)

Est. (Vértice)	P.V. (Ponto visado)	Ângulo Interno		Azimutes	Azimutes		Dist. (m)	Projeções		Correções		Projeções corrigidas		Coordenadas	
		Lidos	Corrigidos		Seno	Cosseno		X (E/O)	Y (N/S)	Cx	Cy	X	Y	X	Y
0	A	17° 14' 32"					20,8								
0	B	197° 53' 53"					20,4								
0	C	139° 09' 30"					10,68								
1	D	78° 56' 07"					13,12								
1	E	314° 41' 53"					13,59								
1	F	272° 39' 37"					25,8								
2	G	33° 07' 37"					12,94								
2	H	193° 13' 21"					12,9								
2	I	105° 05' 55"					11,76								
3	J	78° 49' 17"					6,17								
3	K	267° 52' 13"					17,86								

Erro angular (E):

$$E \ll a \sqrt{n}$$

a = precisão do pararelho
 n = nº de âng. Internos

Erro linear (EL)

$$E_L (campo) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Precisões **Precisão = Perímetro / Erro**

Perímetro (m)	Terreno Plano	Terreno Médio	Ter. Acidentado
1000	1:2500	1:1800	1:1500
2000	1:2700	1:2100	1:1600
3000	1:2800	1:2100	1:1600
4000	1:2900	1:2200	1:1700
5000	1:3000	1:2200	1:1800

Correções (Cx e Cy)

$$Cx = -Dist(m) \cdot \frac{\Delta x}{PER}$$

$$Cy = -Dist(m) \cdot \frac{\Delta y}{PER}$$

Área

$$Área = \frac{1}{2} (A - B)$$

Outras

$$S = (n - 2) \cdot 180^0$$

$$Az_n = Az_{n-1} \pm ai_n \pm 180^0$$

Correção do erro do ângulo interno, métodos mais usuais:

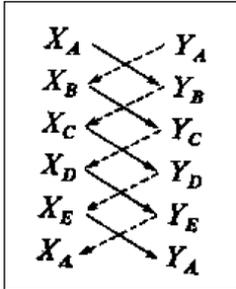
- Na menor distância
- Dividir o erro entre todos os ângulos internos

ÁREA

Cálculo da área de um polígono através das coordenadas (por matriz):

- 1) Deve-se repetir o valor da primeira coordenada na última linha da matriz

2 . Área =



- 2) A = somatório da multiplicação das diagonais da esquerda para a direita a partir de X_A .
 $A = X_A \cdot Y_B + X_B \cdot Y_C + X_C \cdot Y_D + X_D \cdot Y_E + X_E \cdot Y_A$

- 3) B = somatório da multiplicação das diagonais da direita para a esquerda a partir de Y_A .
 $B = Y_A \cdot X_B + Y_B \cdot X_C + Y_C \cdot X_D + Y_D \cdot X_E + Y_E \cdot X_A$

- 4) Calcula-se a área pela fórmula:

$$2 \cdot \text{Área} = (A - B) \quad \text{ou} \quad \text{Área} = (A - B) / 2$$