Linguagens e Métodos Formais

José Carlos Bins Filho

7 de Março de 2014

Modelos de Computação

- Modelos de computação são modelos que definem conjuntos de operações permitidas numa computação e so custos correspondente. São usados para provar teoremas sobre computabilidade e para medir a complexidade de algoritmos.
- Existem modelos computacionais simples e genéricos.
- Os modelos simples são normalmente usados em aplicações restritas. Exemplo:
  - Expressões Regulares: Especificam padrões de strings, usados principalmente em Linguagens de programação.
  - Autômatos Finitos: Usados especialmente em desenvolvimento de circuitos.
  - Linguagens Livres de contexto: Especificam a sintaxe de linguagens de programação.
  - Existem muitos outros modelos como: Autômato de pilha, diversos tipos de gramáticas, etc...

Modelos de Computação

- Hierarquia de Chomsky

Chomsky Hierarchy	Grammar	Language	Machine
Type-0	Unrestricted	Recursiely enumerable	Turing Machine
-	-	Recursive	-
Type-1	Context Sensitive	Context-Sensitive	Linear Bounded Autômaton
-	Indexed	Indexed	Nested Stack Autômaton
-	Tree-adjoining	Mildly Context-Sensitive	Enbedded Pushdown Autômaton
Type-2	Context-Free	Context-Free	PushDown Autômaton
-	Deterministic Context-free	Deterministic Context-Free	Determ. Pushdown Autômaton
-	Visibly Pushdown	Visibly Pushdown	Visibly Pushdown Autômaton
Type-3	Regular	Regular	Finite Autômaton
-	-	Star-free Language	Aperiodic Finite State Autômaton

Modelos de Computação

- Os modelos genéricos são capazes de representar qualquer tipo de computação (Tese de Church). O mais conhecido é a Máquina de Turing, mas existem outros. Os principais são:
  - Funções recursivas parciais (μ-functions). As funções primitivas recursivas estudadas são uma subclasse das μ-functions.
  - Cálculo Lambda
  - Lógica combinatória: similar ao cálculo lambda
  - Algoritmo de Markov: usa regras similares a gramáticas para operar sobre um string de símbolos
  - Máquina de Post: usa um conjunto de células e instruções para se deslocar e marcar/desmarcar as celulas
  - Máquina de Registradores: Idealização de um computador que usa registradores de tamanho ilimitado.
  - Sistemas de Produção: Basicamente Gramáticas de tipo-0.

Máquinas de Turing Universal

- Objetivo
  - Descrever uma máquina de Turing U, capaz de simular qualquer outra máquina de Turing M. Para isto a máquina deve conter na fita:
    - o conjunto de instruções sobre o comportamento da máquina a ser simulada;
    - o conteúdo da fita da máquina a ser simulada.
- Codificação: Para simplificar o processo se codifica uma máquina de Turing usando um alfabeto restrito $= \{0, 1\}$.
  $M =$
  $\{\{0,1\}, Fita, \{0,1,\epsilon\},$ Cabeçote, $\{q_1(estadoinicial), q_2(estadofinal), ...\},$
  - Codificando uma transição: $\delta(q_i, X_j) = (q_k, X_l, D_m)$
    Se assumirmos que:
    - $\{X_1, X_2, X_3\} = \{0, 1, \epsilon\}$ e
    - $\{D_1, D_2\} = \{Esquerda, Direita\}$

    então podemos codificar uma transição como: $0^i10^j10^k10^l10^m$
    e o conjunto P como: $111t_111t_211t_311...11t_n111$

Máquinas de Turing Universal

- Exemplo:
  - Dados $M = \{\{0,1\}, Fita, \{0,1,\epsilon\},$ Cabeçote, $\{q_1$(estado inicial), q_2(estado final), $q_3\}, P\}$ onde P é:

    $$\begin{aligned} \delta(q_1,1) &= (q_3,0,D) \\ \delta(q_3,0) &= (q_1,1,D) \\ \delta(q_3,1) &= (q_2,0,D) \\ \delta(q_3,\epsilon) &= (q_3,1,E) \end{aligned}$$

    Máquina que inverte os bits de um string começando por 1.
  - O string que representa a máquina é dado por:

    11101001000101001100010101001 0011
    00010010010100110001000100010010111

  - Note que este não é o único string que satisfaz a codificação da máquina dada.

Máquinas de Turing Universal

- Exemplo (cont):
  - Se aplicarmos a sentença 1011 à máquina teremos o 1011 ao fim do string e portanto

    $< M, 1011 >=$ 11101001000101001100010101001 0011
    00010010010100110001000100010010111011

- Linguagem Universal: Defina L_u como a linguagem
  $\{< M, w > | M$ aceita $w\}$.

  L_u é chamada de universal porque o problema de um string $w \in \{0,1\}^*$ ser ou não aceito por uma máquina de Turing específica M é equivalente ao problema de w ser aceito por uma máquina M' que contém apenas simbolos $\{0, 1, \epsilon\}$ e construida usando a codificação vista anteriormente.

Máquinas de Turing Universal

- Simulador de MT: JFlap
  - O Jflap será o simulador usado para fazer o trabalho.

Problemas

- Uma Gramática Livre de Contexto dada é ambigua?
- A questão acima é um problema?
- Aqui nós estamos interessados em questões que envolvam apenas as resposta sim ou não.
- Informalmente, um problema é uma questão contendo um ou mais parâmetros e cuja resposta é sim ou não.
- Uma lista de valores (argumentos) para os parâmetros é chamado de instância do problema.
- No caso de ambiguidade acima a instância é a CFG específica.
- Restringindo apenas a problemas com respostas sim ou não, e codificando as instâncias dos problemas como strings sobre um alfabeto finito nós podemos transformar a resolução do problema na busca de um algoritmo.

Definição

- **Definição:** Um problema é decidível se existe um algoritmo que receba como entrada uma instância do problema e determine se a resposta para aquela instancia é sim ou não.
- Neste caso a linguagem que representa o problema é recursiva.
- Caso este algoritmo não exista o problema é dito indecidível.
- Alguns autores usam a noção de semi-decidibilidade. Um problema é semi-decidível se existe um algoritmo que pára quando a resposta do problema for sim, mas pode não parar caso a resposta seja não. Neste caso a linguagem que representa o problema é recursivamente enumerável.
- Uma consequência nada intuitiva é que se o problema só possui uma instância ele é trivialmente decidível.

Definição

- Exemplo:
  - Problema: Não existe inteiro positivo i, com $i \geq 3$, para o qual a equação $x^i + y^i = z^i$ é válida. (Conjectura de Fermat)
  - A conjectura de Fermat resistiu mais de 300 anos e finalmente foi provada em 1994 por Andrew Wiles, portanto agora é chamada de o Último Teorema de Fermat ou Teorema de Fermat-Wiles.
  - Portanto a resposta para o problema é um algoritmo que dê como resposta sim.
  - Note:
    - Este problema tem só uma instância, $\{x, y, z, i\}$ não são parâmetros do algoritmo mas variáveis.
    - Mesmo antes da conjectura ter sido provada o problema já era decidível, pois se a conjectura fosse falsa bastava um algoritmo que respondesse não.
    - De fato não importa se a conjectura é verdadeira ou não, para ele ser decidível ou não, porque existem algoritmos que decidem o problema em ambos os casos (verdadeira - responde sempre sim; falsa - responde sempre não)

Resumo de decidibilidade

Ling.	Ger.	Rec.	$\overline{D} = D$	Fech.	Decidível	Indecidível
Reg.	ER	AF	Sim	$L_1 \cup L_2$ $L_1 \cap L_2$ $L_1 L_2$ L^* $\overline{L}$	$L_1 = L_2$ $AF_1 = AF_2$ $L = \emptyset$ $\lvert L \rvert = \infty$ $w \in L$	
LC	GLC	AP	Não	$L_1 \cup L_2$ $L_1 L_2$ L^*	$L = \emptyset$ $\lvert L \rvert = \infty$ $w \in L$	$L_1 = L_2$ $GLC_1 = GLC_2$ $\overline{L}$ $L_1 \cap L_2$
Rec.	GT0	MT MPost	Sim	$L_1 \cup L_2$ $L_1 \cap L_2$ $L_1 L_2$ L^* $\overline{L}$		$L_1 = L_2$ $L = \emptyset$ $\lvert L \rvert = \infty$ $w \in L$
RE	GT0	MT MPost	Sim	$L_1 \cup L_2$ $L_1 \cap L_2$ $L_1 L_2$ L^*		$L_1 = L_2$ $L = \emptyset$ $\lvert L \rvert = \infty$ $w \in L$

Complexidade

- Taxa de crescimento:
  - Em análise de algoritmos é importante podermos estimar o uso de algum recurso (normalmente processamento e memória) em função do tamanho da entrada do algoritmo.
  - Um algoritmo pode ser eficiente para entradas pequenas mas ser irrealizável para entradas grandes.
  - Para descobrir se o algoritmo é factível temos que calcular a taxa de crescimento do algoritmo ou sua complexidade.
  - Isto é feito através da análise assintótica.

Análise Assintótica

- Na análise assintótica o que importa não é o custo exato de uso de um recurso, mas como este curso se comporta quando o tamanho do problema aumenta.
- Notação Big Oh.
  - Diz-se $f(n) = O(g(n))$, significando, $f(n)$ é limitada por $g(n)$, se existe um número real k e uma constante positiva c tal que:

$$\forall n > k : |f(n)| \leq c|g(n)|$$

  $g(n)$ é um dos possíveis limites superiores da função $f(n)$. Outras funções podem ser limites superiores de $f(n)$, mas em complexidade de algoritmos $g(n)$ deve ser a função com a menor taxa de crescimento que é limite superior de $f(n)$
  - Ex: $f(x) = 3x^2 + 2x + 7 \Rightarrow f(x) = O(n^2)$

$3x^2 + 2x + 7 \leq 3x^2 + 2x^2 + 7x^2 \leq 12x^2$
para $x \geq 1$: $f(x) \leq 12x^2$
Logo: $f(x) = O(n^2)$ com $k = 1$ e $c = 12$

Análise Assintótica

- O cálculo é uma aproximação, o que significa que nem todos os recursos são computados, mas todos os recursos importantes, principalmente os que são recursivos, devem ser levados em conta.
  - Exemplo: for (x=1; $x < n$; x++) f = f * x
    Quais eventos serão contados?
    Qual a complexidade do problema?
    E se o calculo a ser feito fosse $f = f * x * (x-1) * (x-2) * (x-3)$?

Classes de Complexidade

- **Definição:** Classe de complexidade é um conjunto de linguagens que possuem a mesma medida de complexidade para um determinado recurso.
- Note:
  - Para toda linguagem L pertencente a classe existe um algoritmo para o qual $\forall w, w \in L$ é decidível.
  - Os recursos mais usados para medida de complexidade são tempo de execução e memória.
  - O custo exato do recurso para os algoritmos L_1 e L_2, ambos pertencentes a mesma classe de complexidade, pode ser diferente, mas a medida de complexidade deles é o que determina a participação deles à classe.

Classes de Complexidade

- Classe P:
  - A primeira classe importante é a classe P (de polinomial).
  - **Definição:** $P = \{L \subseteq \{0,1\}^* |$ existe um algoritmo que decide L em tempo polinomial$\}$
    Por exemplo: $n^2, n^3, n^4, ...$ ou $O(n^k)$
  - Note:
    - Existe uma grande diferença entre o tempo de execução de um algoritmo com complexidade $O(n^2)$ e $O(n^4)$.
      Por exemplo de 10 para 100 entradas a diferença de crescimento de custo entre os dois algoritmos é de $\frac{O(n^4)}{O(n^2)} = 100 \rightarrow 10000$.
    - No entanto esta diferença é muito menor que a diferença entre algoritmos polinomiais e exponenciais, o que faz que todos os polinomiais sejam colocados em uma única classe.

Classes de Complexidade

- Classe NP:
  - Para alguns problemas não foram descobertos algoritmos polinomiais que os solucionem.
  - Duas possibilidades?
    - Não existem algoritmos para solucionar os problemas em tempo polinomial.
    - Existem algoritmos mas estes ainda não foram descobertos.
  - Verificabilidade Polinomial:
  - **Definição:** Um verificador V para uma linguagem L é um algoritmo tal que:
    $L = \{w | V$ aceita $< w, c >$ para algum string $c\}$
  - Exemplo:
    - L: conjunto de todos os grafos direcionados
    - w: um grafo direcionado que se quer testar se é Hamiltoniano
    - c: um ciclo hamiltoniano

    Note que caso c seja um ciclo Hamiltoniano então o grafo é hamiltoniano
  - Neste caso o tempo de execução da verificação é polinomial.

Classes de Complexidade

- Classe NP:
- Não ter sido descoberto um algoritmo polinomial para decidir um algoritmo não significa que o algoritmo não pertence a classe P.
- Na realidade para muitos problemas que se achava que não eram polinomiais foram descobertos algoritmos polinomiais que os decidem.
- Um problema recente (2002) foi o da composição de um número. Um número é dito composto se ele é o produto de dois outros números diferentes de 1.
- **Definição:** NP é a classe das linguagens que tem verificadores de tempo polinomiais.
- NP é uma classe importante pois possui muitos problemas de interesse prático.

Classes de Complexidade

- *PxNP*
  - P é a classe das linguagens que pode ser decidida em tempo polinomial
  - NP é a classe das linguagens que podem ser testadas em tempo polinomial
- Portanto ou $P \subset NP$ ou $P = NP$
- $P = NP$ é um dos maiores problemas matemáticos deste século.
- A maioria dos cientistas acredita que $P \neq NP$, mas não existe prova. Se $P \neq NP$ então não existe como substituir os algoritmos que usam força-bruta (teste de todas as possibilidades) para resolver um problema.

Classes de Complexidade

- NP-Completo
  - Em 1970 Cook & Levin descobriram problemas NP cuja complexidade está relacionada a da classe NP inteira.
  - Eles provaram que se existir uma solução polinomial para um destes problemas então todos os problemas NP tem solução polinomial.
  - Este tipo de problema é chamado de NP-completo
  - Portanto se for achado algum algoritmo que solucione um problema NP-completo em tempo polinomial isto significa que $P = NP$.
  - **Definição:** Uma linguagem B é NP-completa se satisfaz as condições abaixo:
    - $B \in NP$
    - $\forall A \in NP$ A é redutível a B em tempo polinomial
- Exemplo: Problema SAT (Satisfazibilidade Booleana)
  - Dada uma fórmula booleana usando apenas as operações E, OU e NÃO ($\wedge, \vee, \neg$), a fórmula é dita satisfazível se alguma atribuição de valores para as variáveis faz o resultado da fórmula ser verdadeiro (V ou 1).
  - A fórmula $f = (\overline{x} \wedge y) \vee (x \wedge \overline{z})$ é satisfazível.
    Para $x = 0$, $y = 1$ e $z = 0$.

Problemas Intratáveis e Algoritmos de Aproximação

- A Teoria da NP-Completude permite que o projetista concentre os seus esforços de uma forma mais produtiva ao revelar que a busca por um algoritmo eficiente para um certo problema é extremamente improvável, se não impossível
- Itens Importantes:
  - reduções são uma forma de mostrar que dois problemas são essencialmente idênticos. Um algoritmo rápido para um problema implica em um algoritmo rápido para o outro
  - Na prática um conjunto pequeno de problemas NP-Difíceis são suficientes para mostrar que outros problemas são difíceis (3-SAT, Vertex Cover, Hamiltonian Cycle)
  - Algoritmos de Aproximação garantem soluções que são próximas da solução ótima e provêm uma forma de lidarmos com problemas NP-Completos

Problemas Intratáveis e Algoritmos de Aproximação

- Exemplo de Problemas Intratáveis:
  - O Problema 3-SAT
    - Problema de satisfazibilidade de fórmulas booleanas na sua Forma Normal Conjuntiva (Produtório de Somatórios) onde cada somatório possui 3 variáveis.
      Observação: Embora k-Sat, $k \geq 3$ é NP-Completo, e Sat também é NP-Completo, o problema 2-Sat é P. Existem algoritmos (Even, Itai & Shamir (1976) e Aspvall, Plass & Tarjan (1979)) que resolvem o problema em tempo linear. (Cuidado o livro texto está incorreto pois diz que todos os algoritmos k-sat são NP-Completos)
  - O problema do caixeiro viajante (TSP)
    - Encontre uma rota que parta da cidade 1, visite as demais cidades exatamente uma vez e retorne à cidade 1, tal que a distância percorrida seja mínima
    - Em outras palavras, queremos encontrar uma permutação, dentre as n!, que tenha distância mínima.
  - Problema da Mochila (Knapsack)
    - Dada uma lista de itens com os respectivos tamanhos e valores e uma mochila com uma dada capacidade, ache o conjunto de itens de maior valor que cabem na mochila.

Introdução

- Motivação:
  - Nossa dependência de sistemas de informação e comunicação está crescendo rapidamente.
  - Estes sistemas estão ficando mais e mais complexos.
  - Erros e falhas nestes sistemas são cada vez mais custosos e/ou perigosos
    Exemplo:
    1. O erro na unidade de divisão de números em ponto flutuante do Pentium II custou US$ 475 milhões.
    2. O erro de software do sistema de bagagens do aeroporto de Denver, Co, EUA, adiou a abertuda do aeroporto por 9 meses a um custo de US$ 300 milhoes.
    3. O foguete Ariane-5, que caiu após 36 segundos de voo, foi causado pela conversão de um número em ponto flutuante de 64 bits para um inteiro de 16 bits.

Introdução

A confiabilidade dos sistemas de informação e comunicação é um item chave no processo de projeto de sistemas.

- Métodos Formais:
  - Metodos formais podem ser considerados como a aplicação de matemática à modelagem e análise de sistemas de informação e comunicação.
  - O seu objetivo é estabelecer a corretude dos sistemas com rigor matemático.

Introdução

- Dificuldades:
  - A criação de boas especificações envolve o conhecimento profundo das necessidades do usuário. Conhecimento este, que normalmente nem o próprio usuário possui.
  - É impossível testar um software sobre todas as possibilidades de entrada (a não ser que seja um software extremamente simples). Mas uma especificação formal ajuda muito a desenvolver os testes e permite que se prove que o software satisfaz uma série de propriedades.
  - Um método formal necessita de um aprendizado inicial, a notação do método, e implica em um acréscimo significativo de tempo nas fases de especificação e projeto. No entanto, normalmente, diminui o tempo das fases de teste e integração.

Introdução

- Tipos: Existem vários tipos de métodos formais, organizados sob a forma de famílias de métodos. Elas podem ser caracterizados por:
  - A teoria que embasa o método. **Exemplo:** Sistemas de transição, teoria dos conjuntos, algebra universal, λ-calculus
  - Um campo de aplicação específico. **Exemplo:** Processamento de dados, sistemas de tempo real, protocolos de comunicação
  - Uma comunidade de usuários.
- Metodos também podem ser específicos ou gerais.
  - Métodos específicos usam formalismos especializados que permitem uma especificação facilitada de determinadas aplicações, mas que muitas vezes forçam escolhas que podem tornar algumas descrições mais confusas mais adiante.
  - Métodos gerais são mais próximos da lógica e da matemética e permitem maior liberdade de expressão. Eles tem uma vantagem tecnológica principalmente quando os sistemas apresentam complexidades imprevistas.

Introdução

- Um método formal é composto por:
  - Uma linguagem de especificação
  - Um sistema de verificação

Introdução

- Objetivo: descrever uma tarefa sem entrar em detalhes de como a tarefa será resolvida.
- **Exemplo:** Tarefa: Procure por um elemento numa tabela

Introdução

- Objetivo: descrever uma tarefa sem entrar em detalhes de como a tarefa será resolvida.
- **Exemplo:** Tarefa: Procure por um elemento numa tabela
- Perguntas:
  - Que tipo de tabela?
  - Como estão os elementos armazenados na tabela?
  - Qual elemento eu devo procurar?
  - O que fazer se eu não achar o elemento?
- Uma descrição semi-formal seria:
  1. T: conjunto
  2. P: predicado definido para todos elementos de T
  3. programa-de-procura que retorna
  4. x tal que $x \in T$ e $P(x)$

Introdução

- Pré e pós-condições

1. T: conjunto } Pré-condições
2. P: predicado definido para todos elementos de T } Pré-condições
3. programa-de-procura que retorna } Programa
4. x tal que $x \in T$ e $P(x)$ } Pós-condições

- Significado:

  Se o programa for executado a partir de um estado que satisfaz as pré-condições, então, após a execução do programa, o estado alcançado satisfaz as pós-condições.

- **Observação:** As propriedades de T e P são invariantes do programa. Significando que x deve ser retornado sem alterar T e P.

Introdução

- Corretude Funcional do programa.
  - O programa para e devolve x se $\exists x$ tal que x satisfaça P e entra em loop caso contrário.Isto é chamado de Corretude parcial
  - O programa sempre para e retorna x que satisfaça P. Isto é chamado de Corretude total, mas pode ser impossível de implementar, dependendo do predicado P.
- Enfraquecendo a pós-condição:
  - Retornando um par de valores:
    1. T: conjunto
    2. P: predicado definido para todos elementos de T
    3. programa-de-procura que retorna
    4. (b, x) com $b \in \{true, false\}$ e $\begin{cases} x \in T \wedge P(x) & \text{se } b = true \\ \forall x \in T \ \neg P(x) & \text{se } b = false \end{cases}$
  - **Observação:** Note que quando $b = false$ x não pertence obrigatóriamente a T.

Introdução

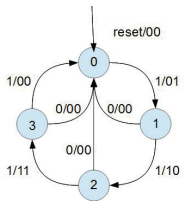
- Enfraquecendo a pós-condição (cont):
  - Usando falha:
    1. T: conjunto
    2. P: predicado definido para todos elementos de T
    3. programa-de-procura que retorna
    4. r com $r \in T + \{failure\}$ tal que $\begin{cases} P(x) & \text{se } r \in T \\ \forall x \in T \ \neg P(x) & \text{se } r = failure \end{cases}$
- Fortalecendo a pré-condição:
  1. T: conjunto
  2. P: predicado definido para todos elementos de T
  3. $\exists x \in T$ tal que $P(x)$
  4. programa-de-procura que retorna
  5. x tal que $x \in T$ e $P(x)$

Introdução

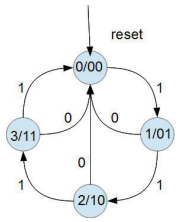
- Os métodos podem ser usados em vários níveis.
  - Nível 0: Especificação Formal: Desenvolvimento informal do programa baseado numa especificação formal.
  - Nível 1: Verificação e Desenvolvimento formais: Desenvolvimento formal e uso de verificação formal (por ferramentas ou não)
  - Nível 2: Prova de teoremas: Uso de ferramentas de verificação de forma a provar matematicamente a corretude do programa.

Usando Máquinas de Estados

- Máquinas de estados permitem modelar o comportmento de um sistema em resposta a eventos internos e externos.
- Elas mostram a resposta do sistema aos estimulos e portanto são muito usadas para modelar sistemas de tempo real.
- Máquinas de estados nada mais são que Autômatos Finitos para o qual são definitas saídas.
- Existem dois tipos:
  - Máquina de Mealy: as saídas estão associadas as transições.
  - Máquina de Moore: as saídas estão associadas aos estados.



Máquina de Mealy



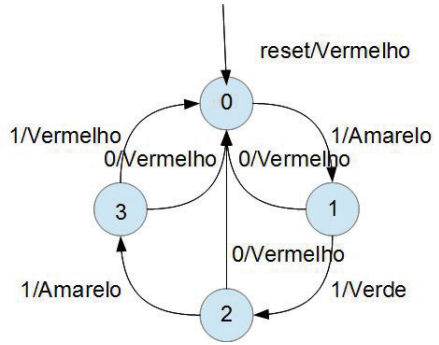
Máquina de Moore

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 1. Modele um semáforo usando uma máquina de Mealy

Usando Máquinas de Estados

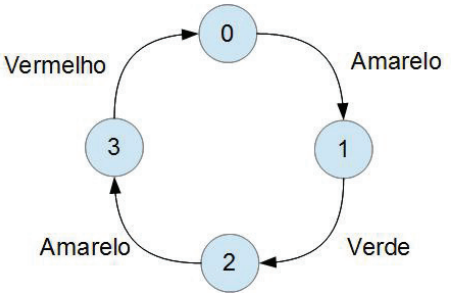
- **Exercícios:** 1. Modele um semáforo usando uma máquina de Mealy
- **Solução:** 1.



Máquina de Mealy de um farol

Usando Máquinas de Estados

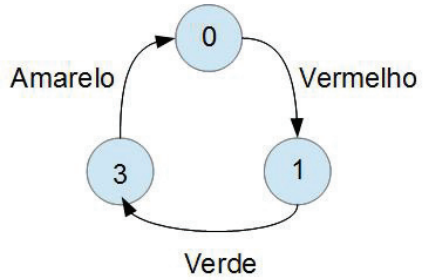
- **Solução:** 2.



Máquina de Mealy de um farol
sem sinal de ativação

Usando Máquinas de Estados

- **Solução:** 3.



Máquina de Mealy de um farol
sem sinal de ativação
sem amarelo antes do verde

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy
- Quais estados um registrador binário pode ter?

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy
- Quais estados um registrador binário pode ter? $Estados = \{0, 1\}$

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy
- Quais estados um registrador binário pode ter? $Estados = \{0, 1\}$
- Quais sinais um registrador binário pode receber?

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy
- Quais estados um registrador binário pode ter? $Estados = \{0, 1\}$
- Quais sinais um registrador binário pode receber?
  $Sinais = \{reset, ler, arm\ 0, arm\ 1\}$

Usando Máquinas de Estados

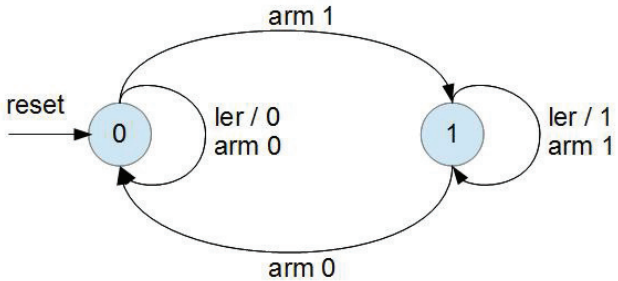
- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy
- Quais estados um registrador binário pode ter? $Estados = \{0, 1\}$
- Quais sinais um registrador binário pode receber? $Sinais = \{reset, ler, arm\ 0, arm\ 1\}$
- Quais saídas um registrador binário pode gerar?

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy
- Quais estados um registrador binário pode ter? $Estados = \{0, 1\}$
- Quais sinais um registrador binário pode receber? $Sinais = \{reset, ler, arm\ 0, arm\ 1\}$
- Quais saídas um registrador binário pode gerar? $Saidas = \{0, 1\}$

Usando Máquinas de Estados

- **Exercícios:** 2. Modele um registrador capaz de armazenar um bit usando uma máquina de Mealy
- Quais estados um registrador binário pode ter? $Estados = \{0, 1\}$
- Quais sinais um registrador binário pode receber? $Sinais = \{reset, ler, arm\ 0, arm\ 1\}$
- Quais saídas um registrador binário pode gerar? $Saidas = \{0, 1\}$
- **Solução:**



Máquina de Mealy de um farol

Métodos Formais de Especificação de Programas

- Existem muitos métodos formais para especificação de programas.
- A lista a seguir é uma amostra do número de linguagens de especificação existentes:

Abstract State Machines (ASMs)
A Computational Logic for Applicative Common Lisp (ACL2)
ANSI/ISO C Specification Language (ACSL)
Alloy
Autonomic System Specification Language (ASSL)
B-Method
Event-B
CADP
Common Algebraic Specification Language (CASL)
Java Modeling Language (JML)
Knowledge Based Software Assistant (KBSA)

Métodos Formais de Especificação de Programas

- Continuação:

Process calculi	CSP
	LOTOS
	π-calculus
Actor model	
Esterel	
Finite Satate Process (FSP)	
Lustre	
mCRL2	
Perfect Developer	
Petri nets	
RAISE	
SPARK Ada	

Métodos Formais de Especificação de Programas

- Continuação:

Spec sharp (Spec#)	
Specification and Description Language	
Temporal logic of actions (TLA)	
USL	
VDM	VDM-SL
	VDM++
Z notation	
Rebeca Modeling Language	

FSP & LSTA

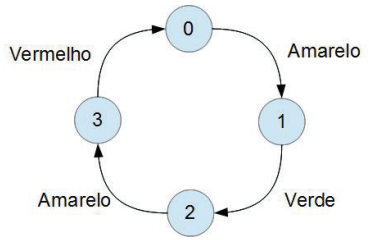
- Aqui nós vamos aprender apenas uma destas descrições: Finite State Process (FSP)
- Documentação do FSP: http://www.doc.ic.ac.uk/ jnm/LTSdocumention/FSP-notation.html
- O FSP usa uma descrição gráfica chamada LTS (Label Transition System)
- O FSP usa a ferramenta LSTA para verificar a modelagem.
  - Download do LSTA: http://www.doc.ic.ac.uk/ltsa/

LTS

- O LTS é uma máquina de estados mas onde a transição é uma ação. Esta ação pode ser de entrada ou de saída.
- **Exemplo:** 1. Modelagem de um semáforo usando LTS

LTS

- O LTS é uma máquina de estados mas onde a transição é uma ação. Esta ação pode ser de entrada ou de saída.
- **Exemplo:** 1. Modelagem de um semáforo usando LTS



Farol usando LTS

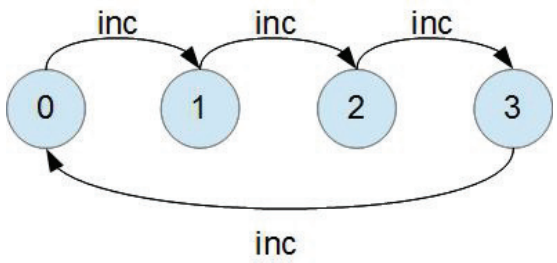
- **Observação:** Embora o desenho seja igual a modelagem usando uma Máq. de Mealy sem ativação, a interpretação aqui é diferente. Aqui é apenas mostrada a ordem das ações e o fato do ciclo recomeçar após o vermelho.

LTS

- **Exemplo:** 1. Modelagem de um contador de dois bit usando LTS

LTS

- **Exemplo:** 1. Modelagem de um contador de dois bit usando LTS



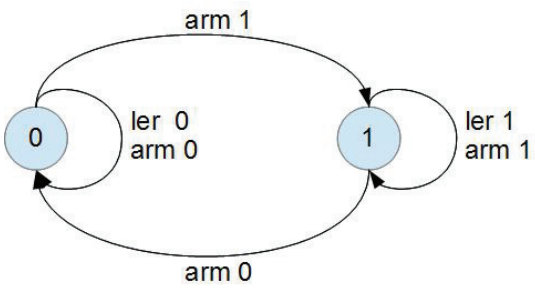
Contador binário de 2 bits usando LTS

LTS

- **Exemplo:** 1. Modelagem de um registrador de um bit usando LTS

LTS

- **Exemplo:** 1. Modelagem de um registrador de um bit usando LTS



Registrador binário de 1 bit usando LTS

FSP

- FSP é uma linguagem de descrição para especificação de sistemas concorrentes.
- A FSP gera Sistemas de Transição Marcados (LTS) que são finitos.
- Existem 2 formas de processos:
  - Processos Primitivos: que são processos sequenciais básicos (**Observação:** Sequencial não significa determinístico)
  - Processos Compostos: que são processos que chamam outros processos paralelamente, e ou redefinem processos.

FSP

- Prefixo de ação ($->$):
  - (a $->$ P) : Descreve um processo que executa a ação 'a' e depois funciona conforme descrito pelo processo 'P'.

    Exemplo: CLOCK = (tick $->$ CLOCK).

    - O processo CLOCK consiste em executar a ação 'tick' e depois voltar para o processo 'CLOCK'.
    - Ou seja, o processo é um processo recursivo que possui um ciclo infinito onde em cada ciclo uma ação do tipo 'tick' é executada.

FSP

- Escolha (|):
  - (a $->$ P | b $->$ Q) : Descreve um processo que executa uma das ações 'a' ou 'b', e caso tenha executado 'a' funciona conforme descrito pelo processo 'P ' e caso tenha executado 'b' funciona conforme descrito pelo processo 'Q '. **Observação:** Aqui nada é dito sobre como será feita a escolha de qual ação executar.

    Exemplo:

    $$DRINKS = (black -> coffee -> DRINKS \mid white -> tea -> DRINKS).$$

    - O processo DRINKS (bebidas) consiste em executar uma das ações 'black' (preto) ou 'white' (branco). Se 'black' foi a ação executada então o processo executa 'coffee' (café) e retorna para DRINKS, ou se a a ação executada foi 'white' então o processo executa 'tea' (chá) e também retorna para DRINKS.
    - Ou seja, o processo modela uma máquina de bebidas com dois botões, um preto, que libera café e um branco que libera chá. Quando um dos botões é apertado a ação de liberar café ou chá acontece e a máquina fica esperando um novo comando (pressão de um botão).

FSP

- Escolha (|):
  - Caso após a escolha as ações subsequentes sejam as mesmas, então pode-se juntar todas as escolhas num único conjunto, entre chaves.

  Exemplo:

  $$PORTA = (puxa- > solta- > PORTA \mid empura- > solta- > PORTA).$$

  fica:

  $$\text{PORTA} = (\{puxa, empurra\}- > solta- > PORTA).$$

  - O processo PORTA[1] permite que se abra uma porta puxando ou empurando a mesma, mas as ações após a abertura da porta são exatamente as mesmas, portanto podem ser unidas num conjunto.

[1] Este processo é um pouco diferente do processo mostrado na apostila do FSP

FSP

- Parada:
  - STOP: O processo STOP para o processo primitivo no qual ele é declarado.
  - **Observação:** Note que outros processos podem continuar executando.

  Exemplo: START = (init − > STOP).

  - O processo START executa a ação 'init' e depois para.

FSP

- Extensão do Alfabeto:
  - Cada processo primitivo tem um alfabeto próprio que consiste em todas as ações contidas na declaração do processo.

  Exemplo:

  $$DRINKS = (black- > coffee- > DRINKS \mid white- > tea- > DRINKS).$$

  - O processo DRINKS tem o alfabeto {black, white, cofee, tea}
  - O alfabeto é definido implicitamente pela declaração do processo, mas em alguns casos pode ser útil aumentar explicitamente o alfabeto para impedir que outros processos utilizem as mesmas ações.

  Exemplo:

  NODRINKS = STOP + {cofee, tea}.

  - O processo NODRINKS junto com o processo DRINKS gera um impasse (dead-lock), visto que o processo DRINKS não poderá executar as ações 'cofee' e 'tea' enquanto elas não estiverem liberadas no processo NODRINKS. No entanto, elas nunca estarão liberadas no processo NODRINKS, visto que o processo parou.

FSP

- Indexação:
  - A indexação permite eliminar o uso de multiplas processos e açãoes assim como parametriza-los.
  - Isto pode ser feito de 2 maneiras:
    - Intervalo (range): assinala que a ação/processo recebe um dos valores do intervalo
      Exemplo: inic[x:0..10]
      Indica que a ação 'inic' recebe um indice que varia entre os valores 0 e 10, e que o valor escolhido será colocado na variável 'x'.
      Observação: Note que nada é dito como o valor é escolhido, mas apenas que um valor será escolhido.
    - Variavel: quando apenas uma variávle é usada como indice isto significa que anteriormente esta variável já recebeu um valor e que este valor vai ser usado como indice da ação/processo.
      Exemplo: (inic[x:0..10] − > FIM[x])
      Neste caso o processo FIM vai receber o mesmo índice que tiver sido escolhido para a ação 'inic'.

FSP

- Declaração de intervalo e constante:
  - Para simplificar o processo pode-se declarar um intervalo e/ou constante para usar na indexação.
  - **Exemplo:** Completo de indexação. Usando constantes e intervalo.

$$\begin{aligned} &const\ N = && 10 \\ &range\ D = && 0..10 \\ &SUM = && (a[x:D] -> b[y:D] -> c[x+y] -> SUM). \end{aligned}$$

    - O processo SUM executa a ação 'a' que recebe um indice 'x' entre 0 e 10, depois executa a ação 'b' que também recebe um indice 'y' entre 0 e 10 e depois executa a ação 'c' que terá o indice definido pela soma dos valores de 'a' e 'b'. Neste caso 'a', 'b', e 'c' funcionam como se fossem variáveis do processo. Portanto o processo recebe 'a' e 'b' e retorna a soma dos valores em 'c'.

FSP

- Condicional: Uma condicional tem a forma:
- SINTAXE: if exp then processo-local else processo-local.
  - A expressão 'exp' é uma expressão similar ao C sem parênteses.
  - Os processos locais são processos declarados entre parênteses.
  - **Exemplo:**

$$\begin{aligned} TEST = \ & (read[x:0..10] -> \\ & \ if\ x\ \%\ 2\ ==\ 0 \\ & \ \ then\ (even -> LEVEL) \\ & \ \ else\ (odds -> LEVEL)). \end{aligned}$$

    - **Observação:** É permitido expressões lógicas com mais de uma expressão de comparação. Neste caso pode-se usar && (e) e || (ou).

FSP

- Guardas: Uma guarda tem a forma:
- SINTAXE: (when exp a $->$ P)
  - A expressão 'exp' é uma expressão similar ao C entre parênteses.
  - **Exemplo:**

$$\begin{aligned} UPDOWN = \ & CONT[0], \\ CONT[x:0..3] = \ & (when(x<3)\ inc -> CONT[x+1] \mid \\ & \ when\ (x==3)\ inc -> CONT[0] \mid \\ & \ when\ (x==0)\ dec -> CONT[3] \mid \\ & \ when\ (x>0)\ dec -> CONT[x-1]). \end{aligned}$$

    - O Processo UPDOWN implementa um contador crescente (up) e decrescente (down).
    - A cada iteração todas as ações que passarem pelo teste da guarda podem ser executadas e uma delas será escolhida.

FSP

- Parametrização: Processos podem ser parametrizados.
- **Exemplo:** BUF(M = 3) = (in[x:0..M] $->$ out[x] $->$ BUF).
  - O processo BUF recebe um parâmetro 'M' e usa este parâmetro no range de 'x' e como índice de 'out'.

FSP

- Composição: a composição permite criar processos usando outros processos primitivos.
- Composição paralela (||):
- **Exemplo:**

$$A = (a -> x -> A).$$
$$B = (b -> x -> B).$$
$$\|SYS = (A \| B).$$

  - Aqui os dois processos serão iniciados e ambas as ações iniciais serão executadas (talvez uma de cada vez).
  - **Observação:** No exemplo acima, a ação 'x' é comum aos dois processos, portanto ambas as ações 'a' e 'b' devem ter sido executadas para que 'x' seja liberada para execução.

FSP

- Sincronização entre processos:
  - Quando processos compostos compartilham ações então estas ações são ditas compartilhadas.
  - Ações compartilhadas sincronizam processos porque elas são executadas ao mesmo tempo em todos os processos.
  - **Exemplo:**

$$MAKER = (make -> ready -> MAKER).$$
$$USER = (ready -> use -> USER).$$
$$\|ITERACTION = (MAKER \| USER).$$

FSP

- Sincronização entre processos:
  - Quando processos compostos compartilham ações então estas ações são ditas compartilhadas.
  - Ações compartilhadas sincronizam processos porque elas são executadas ao mesmo tempo em todos os processos.
  - **Exemplo:**

$$MAKER = (make -> ready -> MAKER).$$
$$USER = (ready -> use -> USER).$$
$$\|ITERACTION = (MAKER \| USER).$$

- Aperto de mãos (hand-shake)
  - Um aperto de mão é quando um processo é reconhecido por outro. Isto pode ser implementado da seguinte maneira:
  - **Exemplo:**

$$MAKER = (make -> ready -> used -> MAKER).$$
$$USER = (ready -> use -> used -> USER).$$
$$\|ITERACTION = (MAKER \| USER).$$

FSP

- Sincronização entre processos (cont):
  - Vários processos:
  - **Exemplo:**

$$MAKER_A = (makeA -> ready -> used -> MAKER_A).$$
$$MAKER_B = (makeB -> ready -> used -> MAKER_B).$$
$$ASSEMBLER = (ready -> assemble -> used -> ASSEMBLE).$$
$$\|FACTORY = (MAKER_A \|(MAKER_B \| ASSEMBLER).$$

FSP

- **Exemplo:** Modelo de carro e garagem.

$$
\begin{array}{ll}
CAR(I=1) = & (car[I].out -> car[I].enter -> \\
 & \ car[I].in -> car[I].exit -> CAR). \\
GARAGE(N=2) = & (car[x:1..N].enter -> car[x].exit -> \\
 & \ GARAGE). \\
\|SYS = & (CAR(1) \parallel CAR(2) \parallel GARAGE).
\end{array}
$$

FSP

- Etiquetagem (labeling): A FSP permite que se use etiquetas (labels) para processos.
- **Exemplo:** Modelo de carro e garagem usando etiquetagem.

$$
\begin{array}{ll}
CAR(I=1) = & (car[I].out -> car[I].enter -> \\
 & \ car[I].in -> car[I].exit -> CAR). \\
GARAGE(N=2) = & (car[x:1..N].enter -> car[x].exit -> \\
 & \ GARAGE). \\
\|CARS = & (CAR(1) \parallel CAR(2)). \\
\|SYS = & (CARS \parallel GARAGE).
\end{array}
$$

FSP

- Ou pode-se usar como se os processos fossem classes e a etiqueta fosse um objeto daquela classe.
- **Exemplo:** Modelo de carro e garagem usando etiquetagem (outro).

$$
\begin{array}{ll}
CAR = & (out -> enter -> \\
 & \ in -> exit -> CAR). \\
GARAGE(N=2) = & (car[x:1..N].enter -> car[x].exit -> \\
 & \ GARAGE). \\
\|SYS = & (car[1] : CAR \parallel car[2] : CAR \parallel GARAGE).
\end{array}
$$

FSP

- **Exemplo:** Modelo de carro e garagem usando etiquetagem e intervalo.

$$
\begin{array}{ll}
CAR = & (out -> enter -> \\
 & \ in -> exit -> CAR). \\
GARAGE(N=2) = & (car[x:1..N].enter -> car[x].exit -> \\
 & \ GARAGE). \\
\|SYS(N=2) = & (car[1..N] : CAR \parallel GARAGE).
\end{array}
$$

FSP

- **Exercícios:** Use FSP para modelar um estacionamento com N lugares.
- Dica: Não precisa levar em conta que carro está entrando.

Métodos Formais

FSP

- **Exercícios:** Use FSP para modelar um estacionamento com N lugares.
- Dica: Não precisa levar em conta que carro está entrando.

$$
\begin{array}{ll}
INIC(N=10) = & VAGAS[N], \\
VAGAS[X:0..N] = & (when\ (x>0)\ chegada -> VAGAS[x-1] \| \\
 & \ when(x<N)\ partida -> VAGAS[x+1]). \\
ENT = & (chegada -> ENT). \\
SAI = & (partida -> SAI). \\
\|ESTACIONAMENTO = & (ENT \| SAI \| INIC(5)).
\end{array}
$$

Métodos Formais

FSP

- **Exercícios:** 1. Use FSP para modelar um estacionamento com N lugares levando em conta que carro está entrando.

Métodos Formais

FSP

- **Exercícios:** 1. Use FSP para modelar um estacionamento com N lugares levando em conta que carro está entrando.

$$
\begin{array}{ll}
const\ C = & 10 \\
INIC(N=10) = & VAGAS(N), \\
VAGAS[X:0..N] = & (when\ (x>0)\ chegada -> VAGAS[x-1] \| \\
 & \ when(x<N)\ partida -> VAGAS[x+1]). \\
CARRO = & (fora -> entra -> dentro -> sai -> \\
 & \ CARRO). \\
ENT = & (carro[x:1..C].entra -> chegada -> ENT). \\
SAI = & (carro[x:1..C].sai -> partida -> SAI). \\
\|ESTAC = & (ENT \| SAI \| INIC(5)).
\end{array}
$$

FSP

- **Exercícios:** 2. Use FSP para modelar um jardim com capacidade de 100 pessoas onde existe uma entrada por onde as pessoas podem entrar a qualquer momento e para o qual um controlador pode a qualquer momento apertar um botão que imprime o total de pessoas presentes no jardim no momento.
- **Exercícios:** 3. Modifique o modelo do exercício anterior para:
  - 3.1 Colocar duas entradas, uma norte uma sul.
  - 3.2 Fazer com que a entrada e a escrita do total de pessoas não aconteçam ao mesmo tempo.
  - 3.3 Fazer com que a pessoa só possa entrar se houver vaga.
  - 3.4 Dar o o número de pessoas que entraram pela entrada sul separado da entrada norte (ou seja serão 3 contadores: entrada sul, entrada norte e total).

FSP

- **Solução:** 3.1, 3.2 e 3.3 (3.4 fica como exercício).

$$
\begin{array}{ll}
const\ C = & 10 \\
INIC(N=10) = & PESSOAS[0], \\
PESSOAS[x:0..C] = & \\
 & (disp -> imprime[x] -> PESSOAS[x] \mid \\
 & when\ (x < C)\ vaga -> entra -> entrou -> PESSOAS[x+1] \mid \\
 & when\ (x > 0)\ pessoa -> sai -> saiu -> PESSOAS[x-1]). \\
ENT = & (vaga -> \{entnorte, entsul\} -> entra -> ENT \mid \\
 & pessoa -> \{sainorte, saisul\} -> sai -> ENT). \\
CONTROLE = & (portao -> \{vaga, pessoa\} -> \{entrou, saiu\} -> CONTROLE \mid \\
 & aperta -> disp -> CONTROLE). \\
\|JARDIM = & (CONTROLE \parallel ENT \parallel INIC).
\end{array}
$$

FSP

- **Solução:** 3.1, 3.2 e 3.3: Comentários
  - Coloquei 'vaga' para só liberar a entrada quando houver vaga no jardim (exercício 3.3).
  - Coloquei 'pessoa' para só liberar saída quando houverem pessoas dentro do jardim.
  - Coloquei as duas entradas (norte e sul (exercício 3.1)l) num único processo porque, se há uma vaga, só um dos portões pode liberar a passagem. Se os dois liberarem vai dar problema (portanto não podem funcionar independentemente)
  - Coloquei o controle para liberar apenas uma operação por vez (exercício 3.2). Ou entra/sai (portao) uma pessoa ou dá o display (aperta o botao). Não permite que os dois funcionem ao mesmo tempo.

FSP

- Re-etiquetagem (relabelling): Re-etiquetagem é aplicada para mudar nomes de ações de processos.
- Isto é normalmente feito para sincronizar processos com as ações corretas.
- **Exemplo:** Imagine duas funções iguais mas que são mutuamente exclusivas (quando uma está parada a outra esta funcionando).

  Cada função pode ter a sua ativação definida como:

$$
\begin{array}{ll}
FUNCAO = & (ativa -> desativa -> FUNCAO). \\
\|JUNTAS = & (FUNCAO \parallel FUNCAO).
\end{array}
$$

  Mas neste caso elas vão funcionar sincronamente (quando uma funciona a outra também). Veja no LTSA.

  O que se quer é exatamente ao contrário (que funcionem desincronizadamente). Como fazer?

FSP

- Fazer com que o sinal de desativar uma seja o mesmo para ativar a outra. Isto é feito com re-etiquetagem.
- SINTAXE: / {ação1/ação2}
  - Ação1 substitui ação2.
  - Isto pode estar dentro da declaração do processo (logo após o processo como no exemplo 1) ou depois da declaração (como no exemplo 2).

Exemplo: 1

$$FUNCAO = (ativa -> desativa -> FUNCAO).$$
$$\|JUNTAS = (FUNCAO/\{desativa/troca\} \| FUNCAO/\{ativa/troca\}).$$

- Isto é equivalente à:

$$FUNCAO1 = (ativa -> troca -> FUNCAO1).$$
$$FUNCAO2 = (troca -> desativa -> FUNCAO2).$$
$$\|JUNTAS = (FUNCAO1 \| FUNCAO2).$$

FSP

- Uma vantagen da re-etiquetagem é que ela pode ser usada para processos indexados
- **Exemplo:** 2. O exemplo abaixo permite que as funções sejam executadas em ordem.

$$FUNCAO = (ativa -> executa -> desativa -> FUNCAO).$$
$$\|JUNTAS(N=4) = (funcao[0..N-1] : FUNCAO) /\{funcao[x:0..N-1].ativa/funcao[x-1].desativa\}.$$

- **Exercícios:** 4 Compare a modelagem do processo FUNCAO nos exemplos 1 e 2.

  4.1. Elas são diferentes! Em que sentido ?

  4.2. Se voce usar a modelagem do exemplo 2 no exemplo 1 voce vai ver que vai dar "Dead lock". Teste e diga porque?

  4.3 Como voce pode modificar o exemplo 1 para aceitar a modelagem do processo FUNCAO conforme o exemplo 2?

FSP

- **Observação:** Note que mais de uma re-etiquetagem pode ser feita entre chaves se separadas por virgula.

$$FUNCAO = (ativa -> executa -> desativa -> FUNCAO).$$
$$\|JUNTAS(N=4) = (funcao[0..N-1] : FUNCAO) /\{funcao[x:0..N-1].ativa/funcao[x-1].desativa, ativa/funcao[0].ativa, desativa/funcao[N-1].desativa\}.$$

FSP

- Escondendo ações: Algumas vezes é útil esconder nomes de ações do alfabeto. Estas ações continuam existindo e, por default, são chamadas de 'tau'. A vantagem é que outros processos, fora da composição, não verão as ações e portanto poderão usar o mesmo nome interno sem que isto signifique sincronizar os processos.
- SINTAXE 1: \ {lista de ações à serem escondidas}

  ou
- SINTAXE 1: @ {lista de ações à serem mostradas}
  - No primeiro caso as ações da lista serão escondidas e todas as outra serão visiveis.
  - No segundo caso as ações da lista serão visiveis e todas as outra serão escondidas.

FSP

- **Exemplo:** 3.

$$FUNCAO = (ativa -> desativa -> FUNCAO).$$
$$\|JUNTAS = (FUNCAO/\{desativa/troca\} \| FUNCAO/\{ativa/troca\}) \setminus \{troca\}.$$

- A ação 'troca' não vai aparecer na composição JUNTAS. Embora apareça em cada um dos processos FUNCAO.
- **Exemplo:** 4.

$$FUNCAO = (ativa -> executa -> desativa -> FUNCAO).$$
$$\|JUNTAS(N=4) = (funcao[0..N-1] : FUNCAO) / \{funcao[x:0..N-1].ativa/funcao[x-1].desativa, ativa/funcao[0].ativa, desativa/funcao[N-1].desativa\} @ativa, desativa.$$

- Apenas as ações 'ativa' e 'desativa' vão aparecer na composição JUNTAS.

FSP

- **Exercícios:** 5. Modele o problema do "Jantar dos Filósofos"[2].

  - Descrição: Cinco filósofos silenciosos sentam a mesa em volta de um prato de espaguete. Um garfo é colocado entre cada par de filósofos adjacentes. Cada filósofo deve alternativamente pensar e comer. No entanto um filósofo só pode comer espaguete se ele tiver um par de garfos (direito e esquerdo). Cada garfo só pode ser segurado por um filosofo de cada vez, portanto o filósofo só pode pegar o garfo se ninguém estivar segurando-o. Depois de terminar de comer o filosofo deve colocar o garfo de volta na mesa de maneira que outro filosofo possa usá-lo. Um filosofo pode pegar um garfo de cada vez, mas só pode comer quando estiver segurando os dois garfos. Existe uma quantidade infinita de espaguete.

  - O problema é como modelar um algoritmo de forma a que nenhum filósofo morra de fome.

[2] O problema do jantar dos filósofos foi originalmente formulado por Edsger Dijkstra em 1956 e é um dos problemas clássicos de processos concorrentes.

FSP

- **Observação:** : Este problema é um problema difícil, portanto não se chateie se não conseguir resolve-lo. O que vale é a tentativa.

  Dica: Você vai precisar colocar etiqueta nos processos na hora de compô-los. EM FSP é possível colocar 2 etiquetas no mesmo processo, de forma que qualquer uma delas define o mesmo processo.

  Exemplo:

$$CAR = (out -> enter -> in -> exit -> CAR).$$
$$GARAGE(N=2) = (car[x:1..N].enter -> car[x].exit -> GARAGE).$$
$$\|SYS = (\{car[1], car[2]\} : CAR \| car[3] : CAR \| GARAGE).$$

FSP

- $\{car[1], car[2]\} : CAR$ declara um processo com duas etiquetas, logo, car[1] e car[2] são na verdade o mesmo carro, só que podem ser referidos de duas maneiras diferentes.
- Você vai precisar disto visto que o garfo à direita de um filósofo é o mesmo que está à esquerda de outro e portanto um só garfo tem duas etiquetas.

FSP

- Primeira tentativa de modelagem:
- **Observação:** CUIDADO: esta modelagem dá "dead-lock". Porque?

$$
\begin{aligned}
FIL(I=0) = \;& (esq.pega -> dir.pega -> come -> \\
& esq.larga -> dir.larga -> FIL).\\
GARFO = \;& (pega -> larga -> GARFO).\\
\|JANTAR = \;& (fil[0] : FIL(0) \,\|\, fil[1] : FIL(1) \,\|\, fil[2] : FIL(2) \,\|\\
& fil[3] : FIL(3) \,\|\, fil[4] : FIL(4) \,\|\\
& \{fil[0].dir, fil[1].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[1].dir, fil[2].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[2].dir, fil[3].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[3].dir, fil[4].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[4].dir, fil[0].esq\} :: GARFO).
\end{aligned}
$$

FSP

- **Solução:**

$$
\begin{aligned}
FIL(I=0) = \;& (when\ (I\ \%\ 2 == 0)\ esq.pega -> dir.pega ->\\
& come -> esq.larga -> dir.larga -> FIL \,|\\
& when\ (I\ \%\ 2 == 1)\ dir.pega -> esq.pega ->\\
& come -> dir.larga -> esq.larga -> FIL).\\
GARFO = \;& (pega -> larga -> GARFO).\\
\|JANTAR = \;& (fil[0] : FIL(0) \,\|\, fil[1] : FIL(1) \,\|\, fil[2] : FIL(2) \,\|\\
& fil[3] : FIL(3) \,\|\, fil[4] : FIL(4) \,\|\\
& \{fil[0].dir, fil[1].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[1].dir, fil[2].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[2].dir, fil[3].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[3].dir, fil[4].esq\} :: GARFO \,\|\\
& \{fil[4].dir, fil[0].esq\} :: GARFO).
\end{aligned}
$$

FSP

- Recursão:
  - O FSP permite que se modele recursão através do uso de condições.
  - **Exemplo:**

$$
\begin{aligned}
FUNCAO = \;& (ativa -> desativa -> FUNCAO).\\
\|JUNTAS(N=4) = \;& (if\ N == 1\\
& \quad then\\
& \quad\quad FUNCAO\\
& \quad else\\
& \quad\quad (FUNCAO\ /\ \{troca/desativa\} \,\|\\
& \quad\quad JUNTAS(N-1)\ /\ \{troca/ativa\})\\
& @\{ativa, desativa\}.
\end{aligned}
$$

FSP

- Replicação de Processos:
  - Quando um processo não possui etiquetas mesmo assim ele pode ser replicado usando o comando "forall".
  - SINTAXE: ||P2 = forall [i:N] P1.
    - O processo P2 é definido como N copias do processo P1 em paralelo.
    - **Observação:** Embora "forall" permita o uso de processos não indexados isto não impede que ele seja usado para processos indexados.
    - **Exemplo:** As 3 declarações abaixo (C1,C2 e C3) são equivalentes.

$$
\begin{aligned}
C1 = \;& (a[0] : X \,\|\, a[1] : X \,\|\, a[2] : X \,\|\, a[3] : X).\\
C2 = \;& (a[0..3] : X).\\
C3 = \;& forall\ [i : 0..3]\ a[1] : X.
\end{aligned}
$$

FSP

- Propriedades de salvaguarda: garante que nada ruim aconteça
  - Propriedades de salvaguarda são processos determinísticos, sem ações ocultas, que especificam um conjunto de comportamentos aceitáveis para o sistema onde a propriedade está inclusa.
  - Com isto o sistema só pode gerar sequencias de ações que sejam aceitáveis para a propriedade.
  - **Exemplo:**

$$
\begin{array}{ll}
property\ POLIDO = & (bater -> entrar -> POLIDO). \\
HESITANTE = & (bater -> bater -> entrar -> HESITANTE). \\
IMPACIENTE = & (entrar -> IMPACIENTE). \\
\|JUNTAS1 = & (HESITANTE \parallel POLIDO). \\
\|JUNTAS2 = & (IMPACIENTE \parallel POLIDO).
\end{array}
$$

  - **Observação:** Propriedades não restringem a operação do sistema, no entanto ações que não seguem a propriedade geram transições para um estado de erro.

FSP

- Garantindo que uma ação nunca aconteça:
- **Exemplo:**

$$property\ NUNCA = STOP + \{desastre\}$$

FSP

- Semáforos e mutua-exclusão:
- Semáforos são processos largamente usados para tratar sincronização de procesos em sistemas operaçionais.
- Um semáforo S é uma variável inteira que assume apenas valores não negativos.
- as únicas operações num semáforo são incrementação (up) e decrementação (down).
- Os algoritmos abaixo mostram as operações destas ações:

```
down(s):  if s > 0 then
              decrementa s
          else
              bloqueia execução do processo
```


FSP

- Semáforos e mutua-exclusão (cont):

```
up(s):  if existe processo bloqueado no s then
            acorda um deles
        else
            incrementa s
```

- A definição em FSP fica:

$$
\begin{array}{ll}
\text{const Max} & = 3 \\
\text{range Int} & = 0..Max \\
\text{SEMAPHORE(N=0)} & = \text{SEMA[N]}, \\
\text{SEMA[v:Int]} & = (\text{up} -> \text{SEMA}[v+1] \mid \\
 & \quad \text{when } (v > 0) \text{ down} -> \text{SEMA}[v-1]), \\
\text{SEMA}[MAX+1] & = \text{ERROR}.
\end{array}
$$

FSP

- Semáforos e mutua-exclusão (cont):
- **Exemplo:** Três processos usando um acesso a um recurso usando mutua-exclusão.

$$LOOP = (mutex.down -> pega -> devolve -> mutex.up -> LOOP).$$
$$\|DEMO = (p[1..3] : LOOP\| \{p[1..3]\} :: mutex : SEMAPHORE(1)).$$

- Porque SEMAPHORE foi inicializado com 1?
- **Observação:** 1. O "::"se usa quando em vez de uma etiqueta, se tem um conjunto de etiquetas. No caso, as etiquetas p[1], p[2] e p[3].
- **Observação:** 2. A gramática da sintaxe do FSP pode ser vista no site http://www.doc.ic.ac.uk/~jnm/LTSdocumention/FSP-Syntax.html

FSP

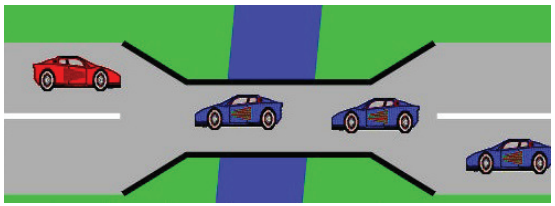
- Semáforos e mutua-exclusão (cont):
- Como testar que o 'mutex' e SEMAFORO garantem exclusão mútua do recurso?

$$property\ MUTEX = (p[i : 1..3].pega -> p[i].devolve -> MUTEX).$$
$$\|TESTE = (DEMO \| MUTEX).$$

- O que acontece quando quando SEMAPHORE é inicializado com 2?

FSP

- **Exercícios:** Modele uma ponte de uma única pista numa rodovia de 2 pistas. Ou seja, na ponte só podem passar carros de uma direção da rodovia de cada vez. Veja figura abaixo:



- Restrições:
  - Uma vez que passe um carro de um lado, os carros daquele lado continuarão a passar até que todos tenham passado.
  - Carros não podem fazer ultrapassagens na ponte.

FSP

- Dicas: Modelem os seguintes processos:
  - Carro
  - Comboio (grupo de carros de um mesmo lado)
  - Impedimento de ultrapassar
  - Ponte
  - Propriedade que uma vez que entre alguem de um comboio apenas carros daquee comboio podem entrar e/ou sair até que todos tenham passado.

FSP

- Propriedades de "vitalidade" (liveness):
  - Propriedades (de vitalidade) são garantias de que algo que se deseja que ocorra vai eventualmente acontecer.
  - Podem ser:
    - Propriedade de Progresso.
    - Prioridade das ações.
    - Lógica Temporal.

FSP

- Propriedades de progresso: garantem que um conjunto de ações aconteça infinitas vezes
  - Propriedades de progresso são um conjunto de ações onde, pelo menos, uma delas deve ser executada pelo processo infinitas vezes.
  - Ou seja, o processo não pode passar por um estado a partir do qual uma ação colocada na propriedade numca mais ocorra.
  - **Exemplo:**

$$
\begin{array}{ll}
DUASMOEDAS & = (escolha -> MOEDAFALSA \mid \\
 & \quad escolha -> MOEDA), \\
MOEDA & = (joga -> cara -> MOEDA \mid \\
 & \quad joga -> coroa -> MOEDA), \\
MOEDAFALSA & = (joga -> cara -> MOEDAFALSA). \\
progress\ CARA & = \{cara\} \\
progress\ COROA & = \{coroa\}
\end{array}
$$

  - Qual seria a propriedade de progresso que se poderia colocar no exercício do Jantar dos Filósofos?
  - E no exercício da Ponte de uma só pista?

FSP

- Lógica Temporal: garantem que ações podem/devem ocorrer em algum momento.
- Estas ações são descritas usando a LTL (Linear Temporal Logic).
- Os símbolos usados para representar formulas em LTL são:
  - !: Negação
  - &&: Conjunção (E-lógico)
  - ||: Disjunção (Ou-lógico)
  - [ ]: Sempre (É verdadeiro agora e no futuro)
  - <>: No futuro (Vai ser verdadeiro em algum momento do futuro)
  - X: No próximo estado
  - U: Até (A proposição anterior ao 'U' é verdadeiro até que a proposição posterior ao 'U' seja verdadeiro)
  - $->$: Implicação (Não confundir com o mesmo simbolo usado nos processos)
  - forall [v:R] P: Para todos valores da variável v no intervalo R o processo P é verdadeiro
  - exists [v:R] P: Existe valor da variável v no intervalo R para o qual o processo P é verdadeiro

FSP

- SINTAXE: assert P = fórmula
- **Exemplo:**

assert P1 = (a U b)
– 'a' deve ser verdadeiro até que 'b' seja verdadeiro

assert P2 = [](!a)
– 'a' nunca poderá ser verdadeiro

assert P3 = (!(X a))
– 'a' não será verdadeiro no próximo estado

assert P4 = exists [v:0..5] (funcao(v).acao1 -> X funcao(v).acao2)
>> Existe valor de v para o qual a ação 1 do objeto funcao(v) implica que ação 2 da mesma função será verdadeira no próximo estado

FSP

- **Exemplo:** Usando propriedades no problema do Jantar dos Filósofos

$$
\begin{aligned}
&FIL(I = 0) = && (when\ (I\ \%\ 2\ ==\ 0)\ esq.pega -> dir.pega ->\\
&&& \ come -> esq.larga -> dir.larga -> FIL\ |\\
&&& \ when\ (I\ \%\ 2\ ==\ 1)\ dir.pega -> esq.pega ->\\
&&& \ come -> dir.larga -> esq.larga -> FIL).\\
&GARFO = && (pega -> larga -> GARFO).\\
&\|JANTAR = && (fil[0] : FIL(0) \ \|\ fil[1] : FIL(1) \ \|\ fil[2] : FIL(2) \ \|\\
&&& \ fil[3] : FIL(3) \ \|\ fil[4] : FIL(4) \ \|\\
&&& \ \{fil[0].dir, fil[1].esq\} :: GARFO \ \|\\
&&& \ \{fil[1].dir, fil[2].esq\} :: GARFO \ \|\\
&&& \ \{fil[2].dir, fil[3].esq\} :: GARFO \ \|\\
&&& \ \{fil[3].dir, fil[4].esq\} :: GARFO \ \|\\
&&& \ \{fil[4].dir, fil[0].esq\} :: GARFO).\\
&progress\ COME && = \{fil[i : 0..4].come\}\\
&assert\ PEGADIR && = forall\ [i : 0..4][](fil[i].dir.pega -> <> fil[i].dir.larga)\\
&assert\ PEGAESQ && = forall\ [i : 0..4][](fil[i].esq.pega -> <> fil[i].esq.larga)
\end{aligned}
$$