

Geometria Descritiva – Pertinência de Ponto e Planos

Na regra geral, um ponto pertence a um plano se pertence a uma reta do plano. Esta regra não possui exceção e está baseada na lógica de que todos os pontos de uma reta pertencente a um determinado plano também pertencem a este plano.

A aplicação desta regra não é necessária quando o plano em questão for projetante, ou seja, perpendicular a pelo menos um dos planos de projeção. Quando um plano é projetante, a écura indica diretamente se um ponto pertence ao plano. Isso ocorre porque quando um dado plano é perpendicular a um dos planos de projeção, todos os pontos pertencentes a ele são projetados sobre o traço correspondente do plano.

Os planos classificados como projetantes são: Horizontal e De Topo, perpendiculares ao plano horizontal de projeção; Frontal e Vertical, perpendiculares ao plano vertical de projeção; e De Perfil, perpendicular aos dois planos de projeção.

Se o plano projetante for perpendicular ao plano horizontal de projeção (caso dos planos Frontal e Vertical), basta verificar se a projeção horizontal do ponto está sobre o traço horizontal do plano. Na Figura 1, o ponto (B) não pertence ao plano Frontal (α), enquanto os pontos (A) e (C) pertencem ao plano, pois suas projeções horizontais estão sobre o traço horizontal do plano. Pelo mesmo motivo, os pontos (F) e (G) pertencem ao plano Vertical (β) da Figura 2, enquanto os pontos (D) e (E) não pertencem ao plano porque suas projeções horizontais não estão sobre o traço horizontal do plano (β).

Figura 1

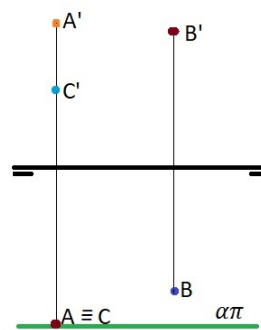
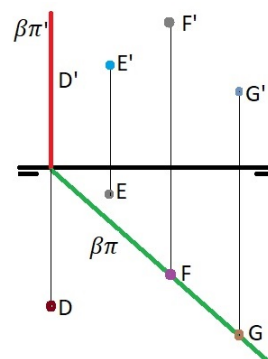


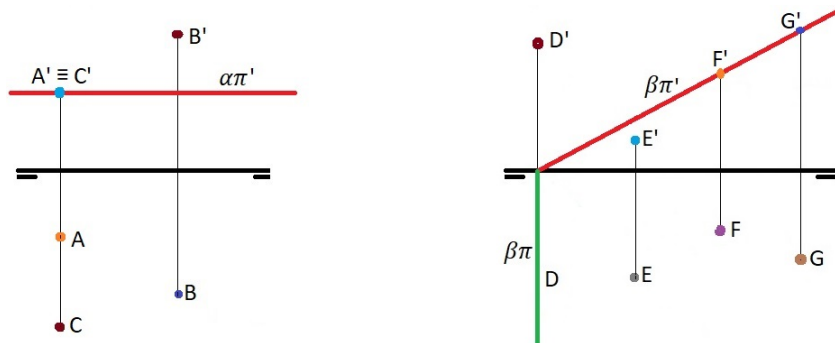
Figura 2



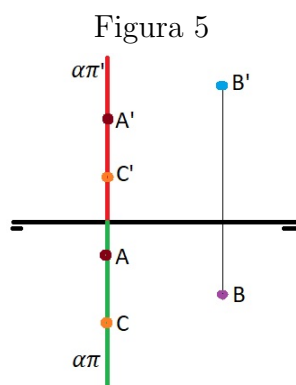
Se o plano projetante for perpendicular ao plano vertical de projeção (caso dos planos Horizontal e De Topo), basta verificar se a projeção vertical do ponto está sobre o traço vertical do plano. Na Figura 3, o ponto (B) não pertence ao plano Horizontal (α), enquanto os pontos (A) e (C) pertencem ao plano, pois suas projeções verticais estão sobre o traço vertical do plano. Por este mesmo motivo, os pontos (F) e (G) pertencem ao plano De Topo (β) da Figura 4, enquanto os pontos (D) e (E) não pertencem ao plano porque suas projeções verticais não estão sobre o traço vertical do plano (β).

Figura 3

Figura 4



No caso da pertinência de ponto e plano De Perfil, basta que o ponto possua a mesma abscissa do plano para pertencer a ele. Assim, na Figura 5, os pontos (A) e (C) pertencem ao plano De Perfil (α), enquanto o ponto (B), que não possui a mesma abscissa do plano, não pertence a ele.



Os planos dos tipos Qualquer, *que passa pela linha de terra e De Rampa são ditos não projetantes*, por serem oblíquos aos dois planos de projeção. Quando um plano é não projetante, a écura não indica diretamente se um ponto pertence a ele, sendo necessária a aplicação da regra geral de pertinência de ponto e plano.

Para a aplicação da regra geral, deve-se utilizar uma reta auxiliar pertencente ao plano e verificar se o ponto pertence à reta. Traça-se uma das projeções da reta auxiliar passando pela projeção correspondente do ponto. A segunda projeção da reta auxiliar deverá ser traçada de forma que esta pertença ao plano. Se a segunda projeção da reta auxiliar também contiver a projeção correspondente do ponto, este pertencerá à reta e, conseqüentemente, ao plano não projetante dado.

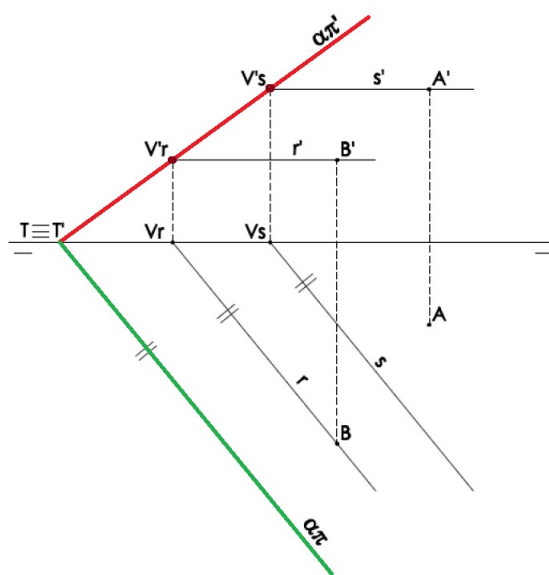
Na Figura 6, para realizar-se a verificação da pertinência dos pontos (A) e (B) ao plano Qualquer (α), foram utilizadas as retas auxiliares Horizontais (r) e (s) pertencentes ao plano. No caso do ponto (A), traçou-se a projeção vertical da reta (s) pela projeção vertical do ponto. Prolongando-se a projeção vertical da reta auxiliar até o traço vertical do plano, determinou-se a posição do traço vertical da reta.

Finalmente, traçou-se a projeção horizontal da reta paralelamente ao traço horizontal do plano, de modo que a reta pertencesse ao plano (α). Como a projeção horizontal da reta não intercepta

a projeção correspondente do ponto (A), conclui-se que o ponto (A) não pertence à reta (s) e, portanto, não pertence ao plano (α). O mesmo procedimento foi adotado para a verificação da pertinência do ponto (B) ao plano (α). Como as duas projeções da reta auxiliar (r) passam pelas projeções correspondentes do ponto (B), conclui-se que o ponto (B) pertence à reta (r) e, conseqüentemente, pertence ao plano (α).

Outros tipos de retas contidas no plano Qualquer poderiam ter sido utilizados para a realização desta verificação, como as retas do tipo Frontal, Qualquer e De Perfil. Contudo, qualquer que fosse o tipo de reta utilizado, a conclusão obtida seria a mesma.

Figura 6

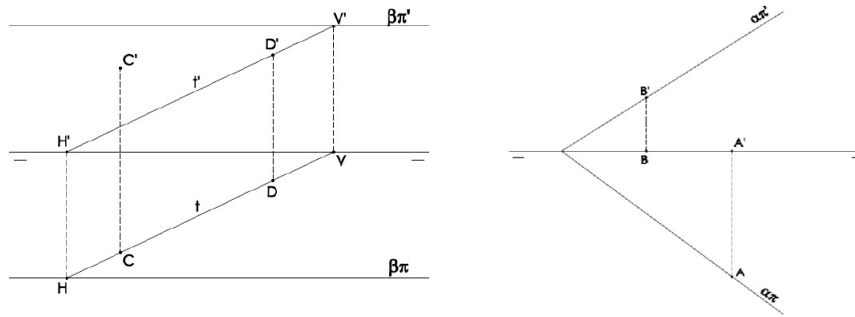


Na Figura 7, utilizou-se uma reta auxiliar (t) para a verificação da pertinência dos pontos (C) e (D) ao plano De Rampa (β). Traçou-se a projeção horizontal da reta auxiliar pelas projeções horizontais dos pontos (C) e (D), posicionando-se os seus traços sobre os traços correspondentes do plano. Após o posicionamento dos traços da reta auxiliar (t), traçou-se a projeção vertical da reta. Como as projeções da reta auxiliar (t) passam pelas projeções de mesmo nome do ponto (D), conclui-se que o ponto (D) pertence à reta (t) e, conseqüentemente, pertence ao plano (β). Por outro lado, o ponto (C) não pertence ao plano (β) por não pertencer à reta auxiliar (t).

Quando um determinado ponto possui uma das projeções sobre o traço de mesmo nome de um plano dado e a outra sobre a linha de terra, o ponto pertence ao plano, pois pertence ao traço do plano onde aquela projeção está situada. Nesse caso particular, não é necessária a utilização de uma reta auxiliar do plano para a aplicação da regra geral, pois a simples observação da é pura permite inferir se o ponto pertence ou não ao plano dado. Assim, pode-se verificar que os pontos (A) e (B) da Figura 8 pertencem ao plano (α), mesmo sem a utilização de uma reta auxiliar.

Figura 7

Figura 8



Retas de Máximo Declive e Máxima Inclinação

Uma reta é considerada de máximo declive de um plano quando forma o maior ângulo possível com o plano horizontal de projeção. Analogamente, uma reta é considerada de máxima inclinação de um plano quando forma o maior ângulo possível com o plano vertical de projeção.

Na Figura 9, pode-se afirmar que a reta (s) é de máximo declive do plano Vertical (β), pois forma o maior ângulo possível com o plano horizontal de projeção (no caso, 90°). Já a reta (r) é de máxima inclinação do plano (β), pois forma o maior ângulo possível com o plano vertical de projeção [no caso, um ângulo maior do que 0° e menor do que 90° , igual ao ângulo entre os planos (β) e (π')]. A épura correspondente é apresentada na Figura 10.

Figura 9

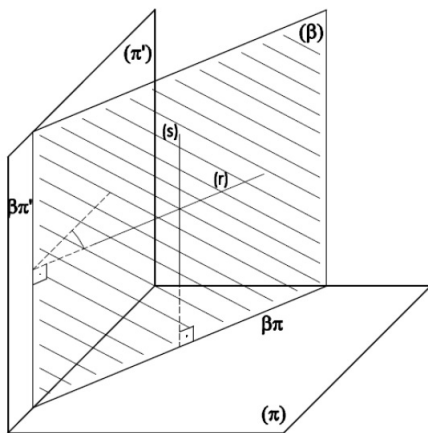
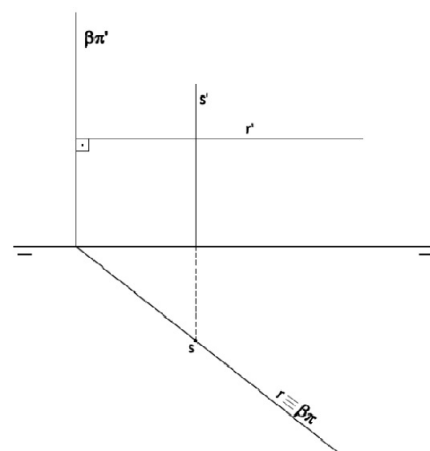


Figura 10



Quando um plano é paralelo ao plano horizontal de projeção (caso do plano Horizontal), não possuirá reta de máximo declive, uma vez que todas as retas pertencentes ao plano serão paralelas ao plano horizontal de projeção. Quando um plano é paralelo ao plano vertical de projeção (caso do plano Frontal), não possuirá reta de máxima inclinação, uma vez que todas as retas pertencentes ao plano serão paralelas ao plano vertical de projeção. Os demais planos possuem tanto reta de máximo declive quanto reta de máxima inclinação. Os tipos de retas de máximo declive e de máxima inclinação de cada tipo de plano são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1

Quadro 1 - Retas de máximo declive e de máxima inclinação dos diferentes tipos de plano

Tipo de plano	Reta de máximo declive	Reta de máxima inclinação
Horizontal	Não possui	De Topo
Frontal	Vertical	Não possui
De Topo	Frontal	De Topo
Vertical	Vertical	Horizontal
De Perfil	Vertical	De Topo
Qualquer	Qualquer	Qualquer
Que Passa pela Linha de Terra	De Perfil	De Perfil
De Rampa	De Perfil	De Perfil

Ainda que nem sempre o maior ângulo possível da reta com os planos de projeção seja 90° , toda reta de máximo declive de um plano é perpendicular ao traço horizontal desse plano, e toda a reta de máxima inclinação de um plano é perpendicular ao traço vertical desse plano (Fig. 9). Por vezes, é possível visualizar este ângulo em écura, como no caso da reta de máxima inclinação do plano (β) na Figura 10, para a qual é possível visualizar o ângulo reto formado entre a sua projeção vertical e o traço vertical do plano (β). Quando se trata de um plano Qualquer, sempre é possível visualizar-se o ângulo reto entre a projeção da reta e o traço correspondente do plano. Assim, toda reta de máximo declive de um plano Qualquer possui sua projeção horizontal formando 90° com o traço horizontal do plano (Fig. 11 (a)). Da mesma forma, toda reta de máxima inclinação de um plano Qualquer apresenta sua projeção vertical formando 90° com o traço vertical do plano (Fig. 11 (b)).

Figura 11

