

Geometria Descritiva – Posições relativas de duas Reta

Duas retas podem ser coplanares (quando contidas no mesmo plano) ou não coplanares (quando estão contidas em planos distintos). Quando não existe um plano capaz de conter duas retas dadas, estas retas são ditas não coplanares (ou reversas) e, nesse caso, qualquer plano que contiver uma das retas será interceptado pela outra em um ponto (Fig. 1 e 2).

As retas coplanares podem ser paralelas ou concorrentes (Fig. 3). Quando o ponto comum entre as duas retas coplanares for “impróprio”, ou seja, estiver no infinito, as retas são ditas paralelas. Quando o ponto comum for “próprio”, ou seja, quando as duas retas se interceptarem, diz-se que as retas são concorrentes.

Figura 1

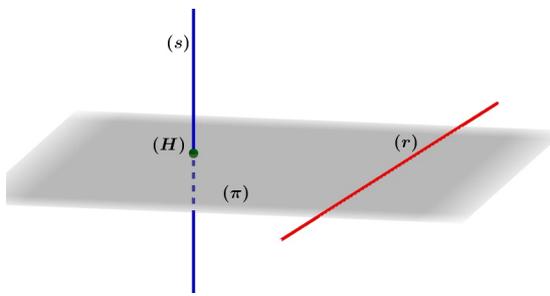
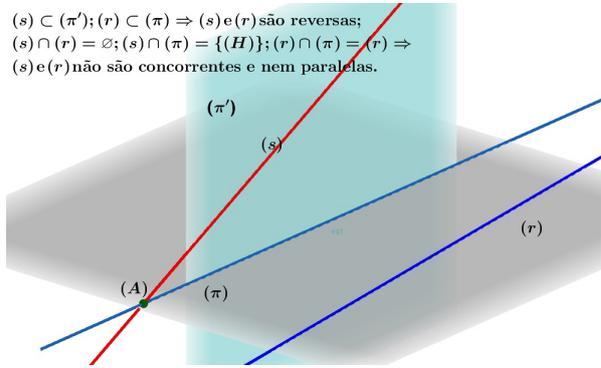


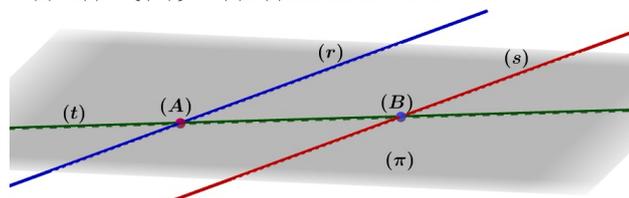
Figura 2



Em écura, determinamos a posição relativa entre duas retas a partir da análise das suas projeções. Existem regras que permitem determinar se duas retas são paralelas ou concorrentes. E, estas regras são válidas para todos os tipos de retas, com exceção das retas de perfil, para as quais serão necessárias análises complementares. Caso duas retas dadas não se enquadrem em nenhuma dessas regras, então estas serão *reversas*.

Figura 3

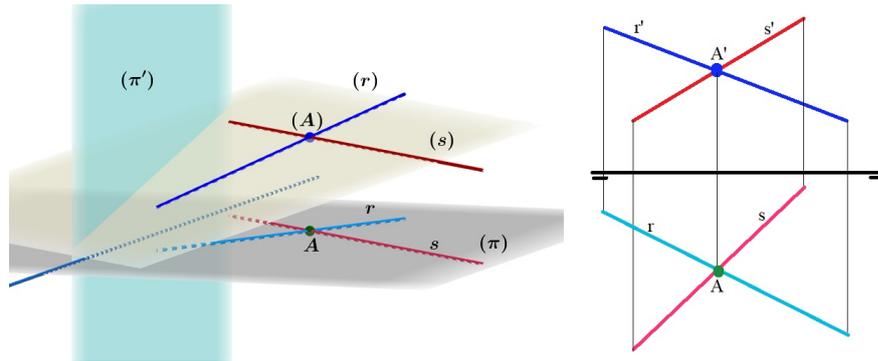
$(r) \cap (s) = \emptyset \Rightarrow (r) // (s)$
 $(r) \cap (t) = \{(A)\} \Rightarrow (r) \text{ e } (t) \text{ são concorrentes};$
 $(s) \cap (t) = \{(B)\} \Rightarrow (s) \text{ e } (t) \text{ são concorrentes.}$



Retas concorrentes:

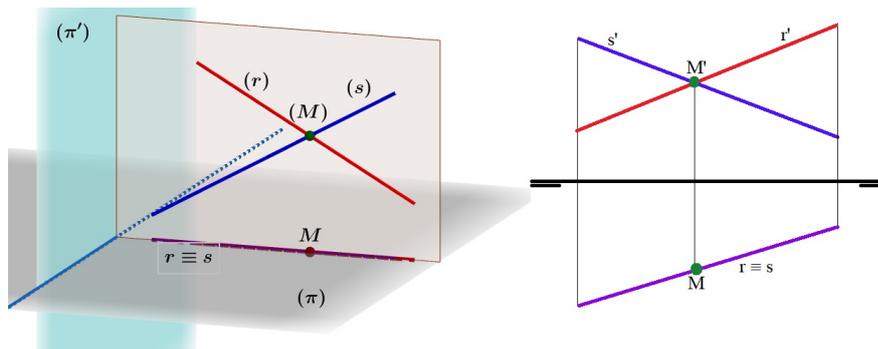
- i. o ponto em que as projeções verticais se interceptam encontra-se na mesma linha de chamada do ponto em que as projeções horizontais se interceptam (Fig. 4).

Figura 4



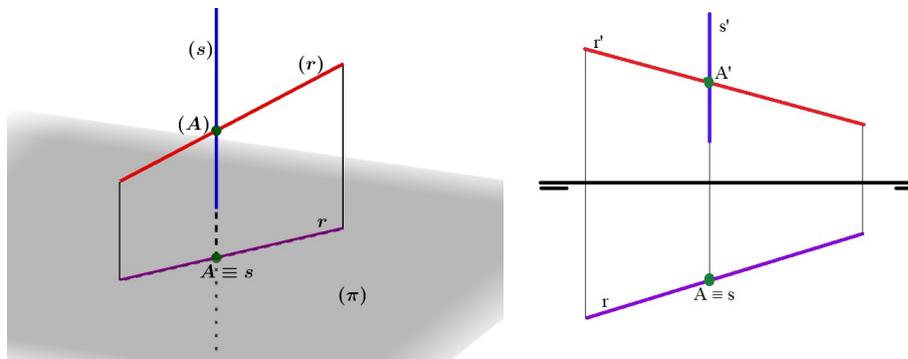
ii. duas projeções de mesmo nome coincidem e as outras duas interceptam-se (Fig. 5). Nesse caso, o plano comum às duas retas é projetante, ou seja, perpendicular a um dos planos de projeção.

Figura 5



iii. uma das projeções de uma das retas é um ponto localizado sobre a projeção de mesmo nome da outra reta (Fig. 6). Neste caso estão incluídas as retas de Topo e Vertical.

Figura 6

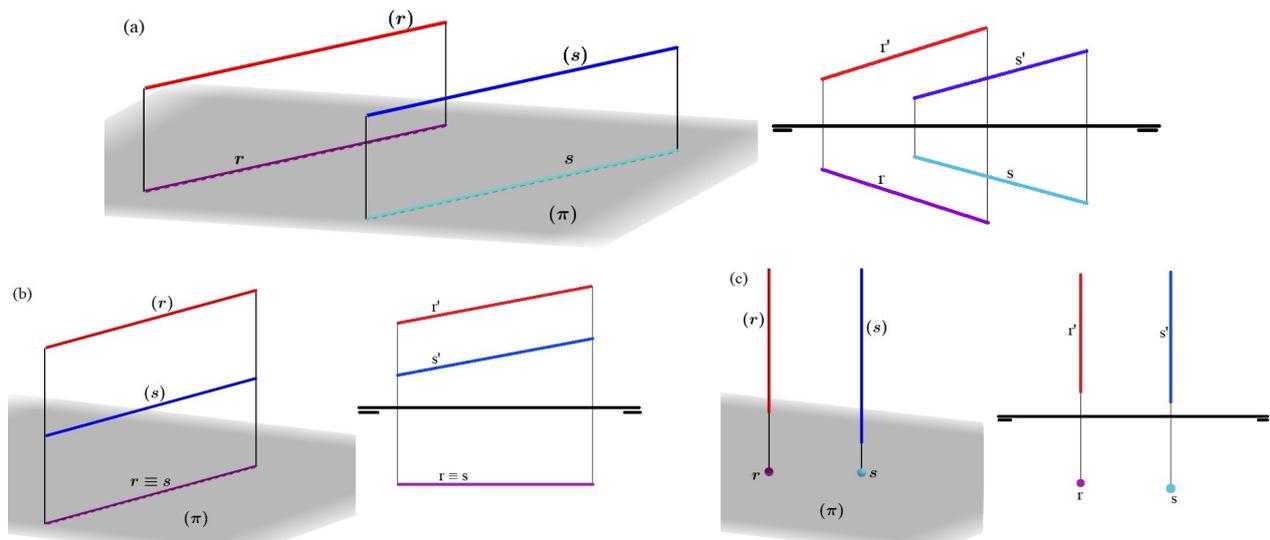


Retas paralelas:

a. as projeções de mesmo nome das duas retas são paralelas (Fig. 7 (a));

- b. duas projeções de mesmo nome coincidem e as outras duas são paralelas (Figura 3.35). Nesse caso, o plano comum às duas retas é projetante (Fig. 7 (b));
- c. duas projeções de mesmo nome estão reduzidas a um ponto (Fig. 7 (c)). É o caso de duas retas Verticais ou de duas retas de Topo.

Figura 7



Posições Relativas de duas Retas de Perfil

As regras apresentadas acima não permitem definir a posição relativa entre duas retas de Perfil. No entanto, podemos eliminar pelo menos uma possibilidade. Desta forma, quando duas retas de Perfil situam-se num mesmo *plano de Perfil* (mesma abscissa), são necessariamente coplanares (não podendo ser reversas). Por outro lado, quando duas retas de Perfil situam-se em planos de Perfil diferentes (em abscissas diferentes), não podem ser concorrentes.

Para se determinar a posição relativa de duas retas de perfil é necessário rebatê-las sobre o plano vertical de projeção, independentemente de estarem no mesmo plano de Perfil ou não. Com o rebatimento, é possível visualizar a inclinação das retas e, considerando-se as localizações, definir a posição relativa entre elas.

- I. *Retas de Perfil situadas no mesmo plano de Perfil*: quando duas retas de Perfil situam-se no mesmo plano de Perfil (na mesma abscissa), suas projeções de mesmo nome estão sobrepostas. Nesse caso, as retas são coplanares e podem ser paralelas (Fig. 8) ou concorrentes (Fig. 9).

Figura 8

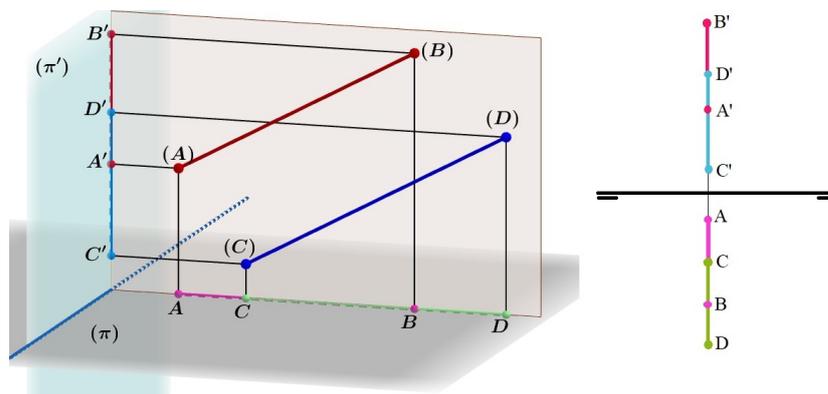
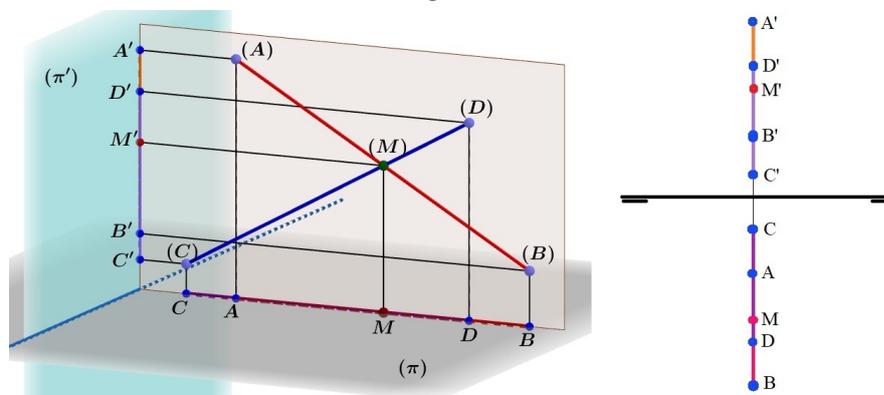


Figura 9



II. *Retas de Perfil situadas em planos de Perfil diferentes*: quando duas retas de Perfil situam-se em planos de Perfil diferentes (em abscissas diferentes), as suas projeções de mesmo nome são paralelas. Nesse caso, as retas podem ser paralelas (Fig. 10) ou reversas (Fig. 11).

Figura 10

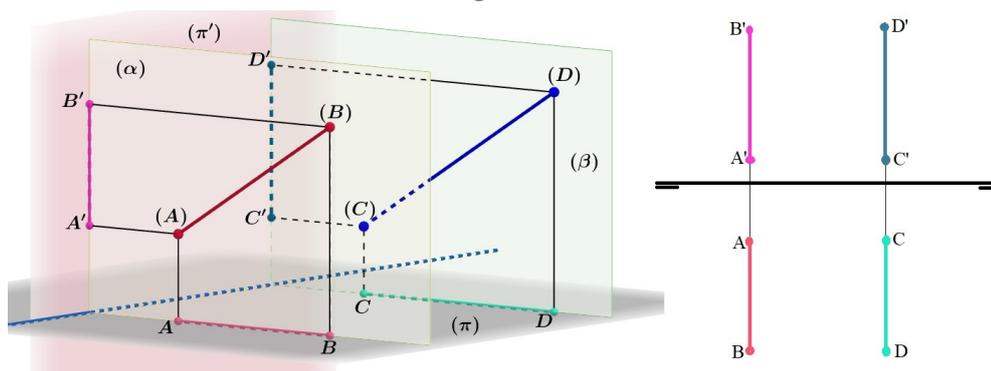
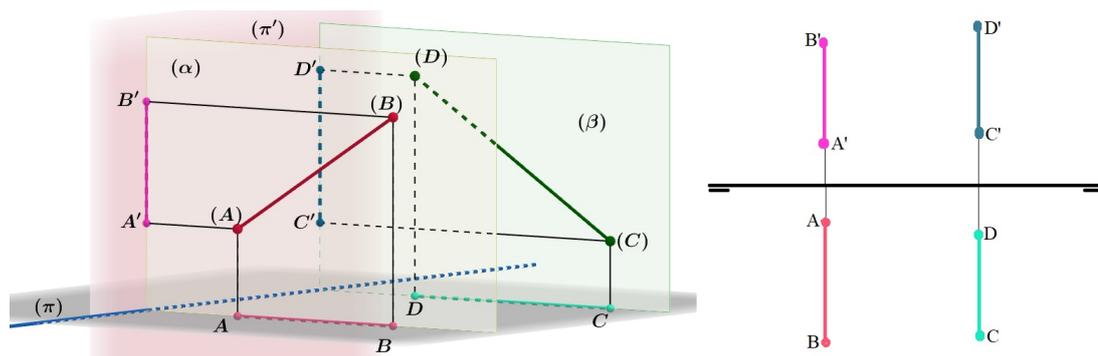


Figura 11



Questão 1: Determinar a posição relativa entre as retas $(A)(B)$ e $(C)(D)$. Dados:

$(A)[10; 20; 20]$ $(C)[0; 40; 5]$ $(B)[60; 30; 10]$ $(D)[50; 20; 30]$

Questão 2: Determinar a posição relativa entre as retas $(E)(F)$ e $(W)(X)$. Dados:

$(E)[0; 20; 20]$ $(W)[0; -10; 30]$ $(F)[40; 20; 40]$ $(X)[40; -10; 50]$

Questão 3: Determinar a posição relativa entre as retas $(I)(J)$ e $(K)(L)$. Dados:

$(I)[0; 40; -10]$ $(K)[10; 25; 5]$ $(J)[60; 10; 20]$ $(L)[60; 25; 5]$

Questão 4: Por um ponto (O) , traçar uma reta paralela à reta $(M)(N)$. Dados:

$(M)[10; 15; 10]$ $(O)[30; -10; -35]$ $(N)[50; 15; 25]$

Questão 5: Determinar a posição relativa entre as retas $(P)(Q)$ e $(R)(S)$. Dados:

$(P)[0; 0; 30]$ $(R)[20; 10; 50]$ $(Q)[0; 30; 10]$ $(S)[20; 40; 30]$

Questão 6: Determinar a posição relativa entre as retas $(T)(U)$ e $(Y)(Z)$. Dados:

$(T)[0; -20; 20]$ $(Y)[-20; 10; 5]$ $(U)[0; 30; -20]$ $(Z)[40; 10; 20]$