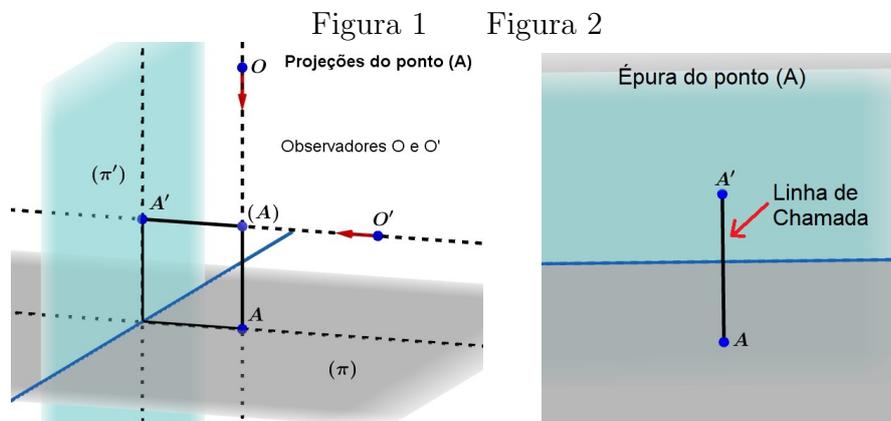


## Projeções do Ponto

Um ponto possui duas projeções (sistema mongeano): a horizontal e a vertical. Por meio delas é possível determinar a posição do ponto no espaço. Por convenção, todo ponto situado no espaço deve ser designado por uma letra maiúscula entre parênteses. As projeções desse ponto, situadas sobre os planos de projeção (horizontal e vertical), devem ser designadas pela mesma letra maiúscula, porém sem parênteses, sendo que a projeção vertical deve ser seguida por um apóstrofo (Fig. 1).

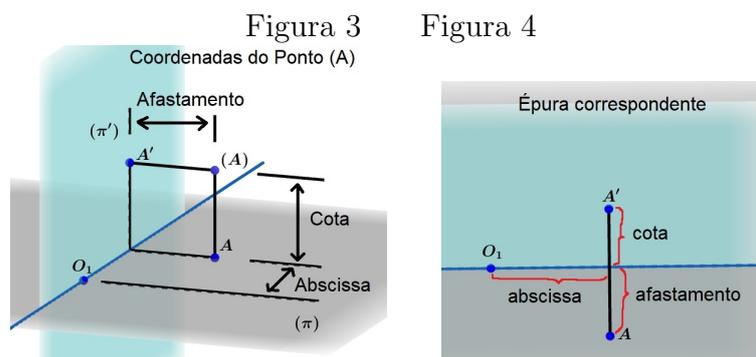
Realizando rebatimento do plano horizontal sobre o vertical, obtém-se a *épura* do ponto (Fig. 2). Na *épura*, as duas projeções de um ponto devem estar ligadas por uma linha denominada *linha de chamada*, que deverá ser sempre perpendicular à linha de terra.



## Coordenadas do Ponto

A distância de um ponto ao plano vertical de projeção é denominada *afastamento* e, a distância deste ponto ao plano horizontal de projeção é chamada de *cota*. O *afastamento* é positivo quando o ponto está na frente do plano vertical de projeção e negativo, quando o ponto está atrás deste plano. A *cota* é positiva quando o ponto situa-se acima do plano horizontal de projeção e negativa, quando o ponto está abaixo deste plano.

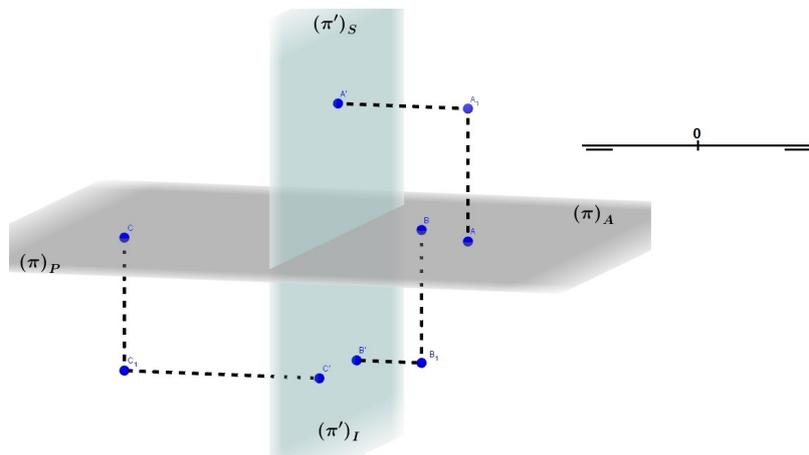
O conhecimento da cota e do afastamento de um ponto não é suficiente para que um ponto seja individualizado. Por ser um sistema tridimensional, é necessário incluir mais uma coordenada para que a posição do ponto fique bem definida. Assim, inclui-se uma terceira coordenada, a *abscissa*, tomada sobre a linha de terra a partir de um ponto “ $O''$ ”, considerado origem, e marcado arbitrariamente sobre esta linha (Fig. 3). À direita deste ponto, a abscissa é positiva; à esquerda, é negativa.



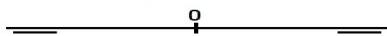
Em éfura, se o afastamento for positivo, a projeção horizontal do ponto estará abaixo da linha de terra e, se for negativo, esta projeção estará acima da linha de terra. Por outro lado, quando a cota for positiva, a projeção vertical do ponto estará acima da linha de terra e, se for negativa, estará abaixo da linha de terra. Ainda com relação à éfura, se o ponto estiver à direita da origem, a abscissa será positiva, e se o ponto estiver à esquerda da origem, a abscissa será negativa. Na Figura 4, tem-se a éfura correspondente ao ponto representado na Figura 3, na qual o ponto possui abscissa, afastamento e cota positivos.

As três coordenadas descritas constituem as chamadas coordenadas descritivas do ponto, e são apresentadas sempre em ordem alfabética: abscissa ( $x$ ), afastamento ( $y$ ) e cota ( $z$ ). Assim, para um determinado ponto ( $P$ ), a indicação das coordenadas é feita da seguinte maneira:  $(P)[x; y; z]$ .

**Questão 1:** Representar os pontos ( $A$ ), ( $B$ ) e ( $C$ ) na éfura abaixo, conhecendo-se as suas coordenadas (em mm) e a sua posição no espaço. Dados:  $(A)[0; 20; 20]$ ,  $(B)[-10; 10; -20]$  e  $(C)[10; -30; -20]$ .



**Questão 2:** Representar os pontos ( $D$ ), ( $E$ ), ( $F$ ) e ( $G$ ) na éfura abaixo e informar a sua posição no espaço. Dados:  $(D)[10; 20; 10]$ ,  $(E)[20; -10; 20]$ ,  $(F)[-10; 30; -20]$  e  $(G)[10; 0; 20]$ .



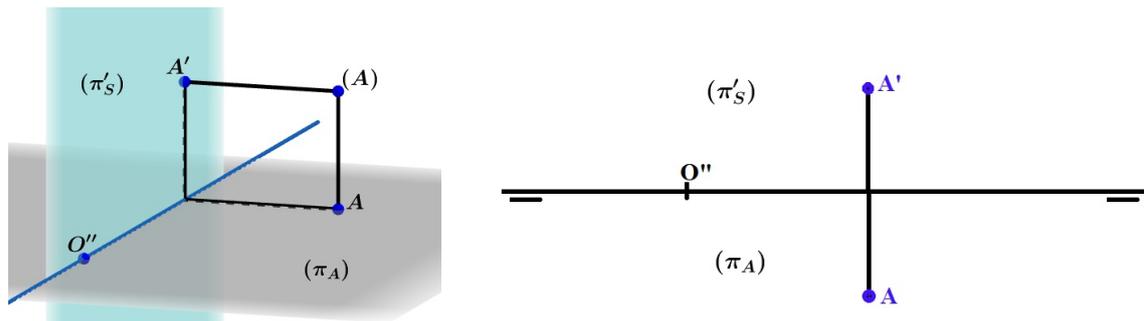
### Posições Particulares do Ponto

No sistema mongeano, um ponto pode ocupar nove diferentes posições em relação aos planos de projeção. Como a posição do ponto é definida pelas suas coordenadas, a partir delas é possível definir em que lugar do espaço o ponto está localizado. Ainda que o valor da abscissa influencia na posição do ponto no espaço, ele não influi na posição do ponto em relação aos dois planos de projeção. Como pode-se ver no Quadro 1, o afastamento e a cota são as coordenadas que determinam a posição do ponto em relação aos planos de projeção.

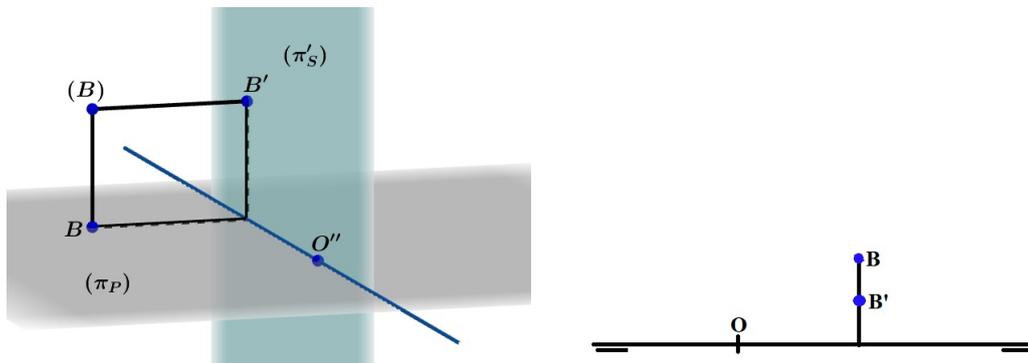
Quadro 1 - Posições assumidas pelo ponto em função das suas coordenadas									
Coordenadas	Posição em relação aos planos de projeção								
	1° D	2° D	3° D	4° D	$(\pi_A)$	$(\pi_P)$	$(\pi'_S)$	$(\pi'_I)$	L.T.
Afastamento	+	-	-	+	+	-	0	0	0
Cota	+	+	-	-	0	0	+	-	0

A seguir estão as perspectivas e as épuras correspondentes a cada um dos nove casos possíveis.

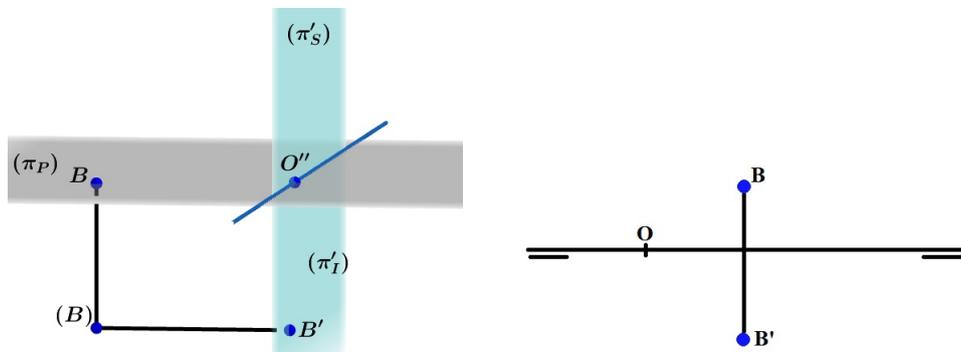
1. Ponto no 1° Diedro (afastamento e cota positivos):



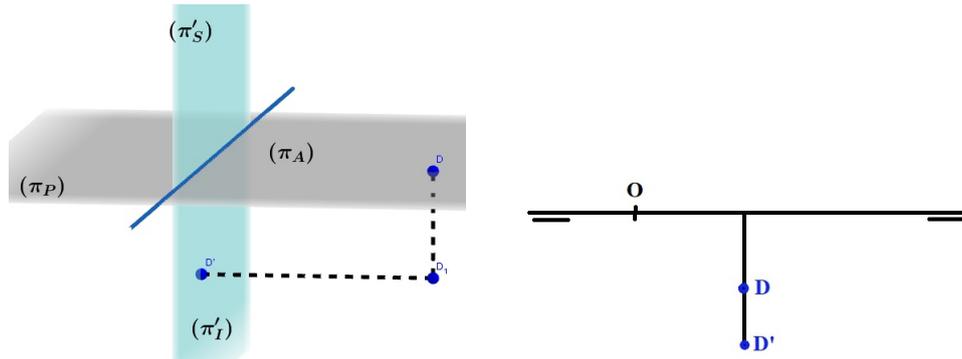
2. Ponto no 2° Diedro (afastamento negativo e cota positiva):



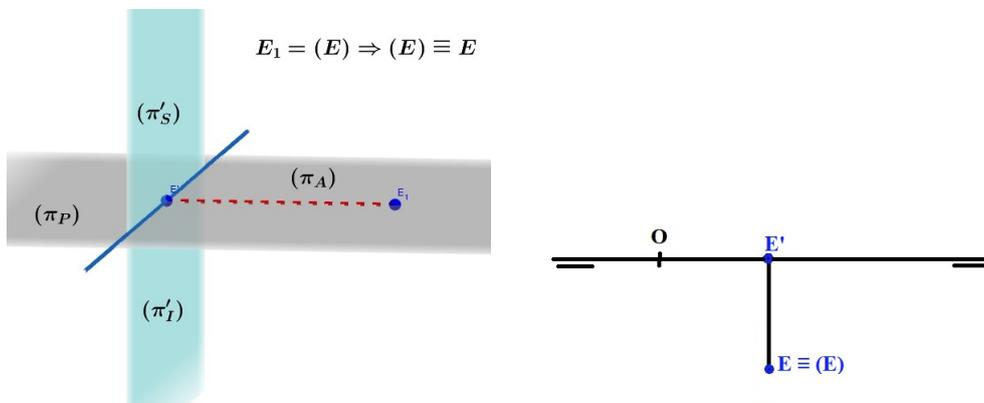
3. Ponto no 3° Diedro (afastamento e cota negativos):



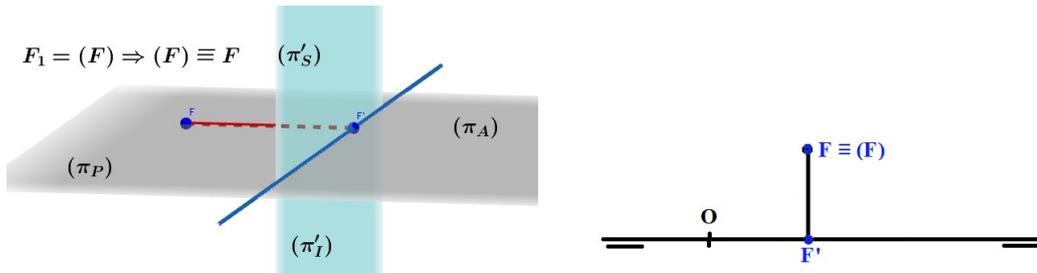
4. Ponto no 4° Diedro (afastamento positivo e cota negativa):



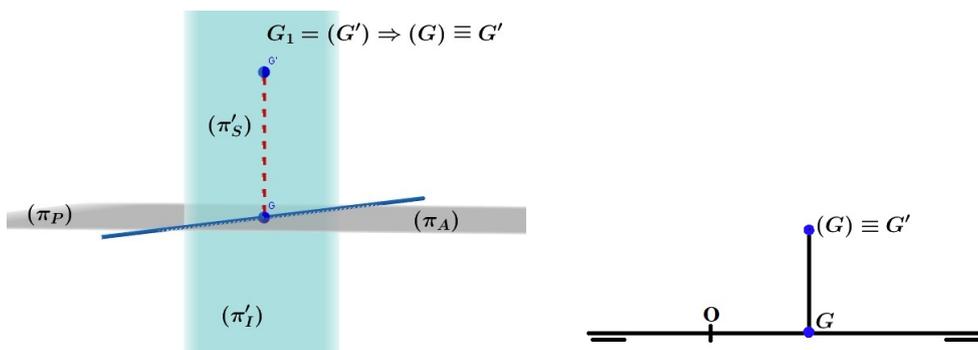
5. Ponto no semiplano horizontal anterior (afastamento positivo e cota nula):



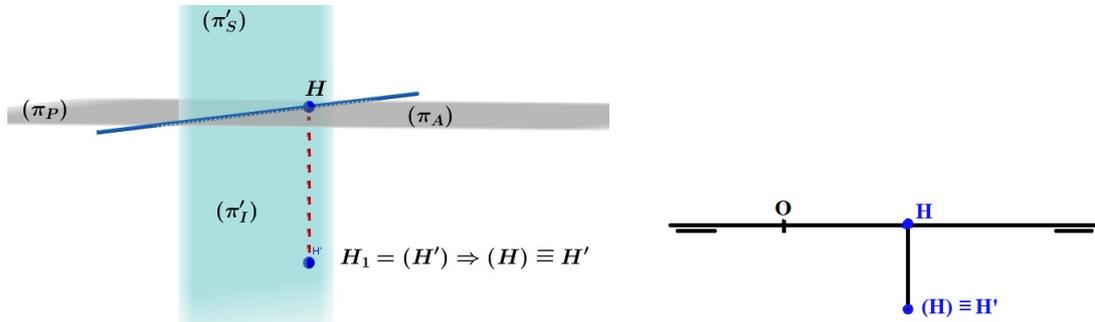
6. Ponto no semiplano horizontal posterior (afastamento negativo e cota nula):



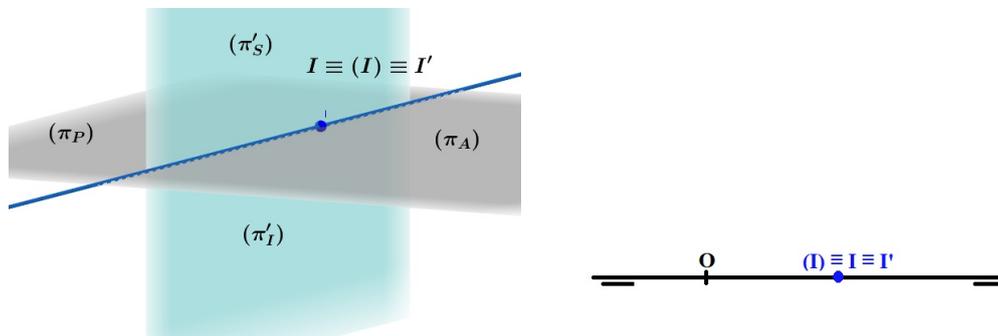
7. Ponto no semiplano vertical superior (afastamento nulo e cota positiva):



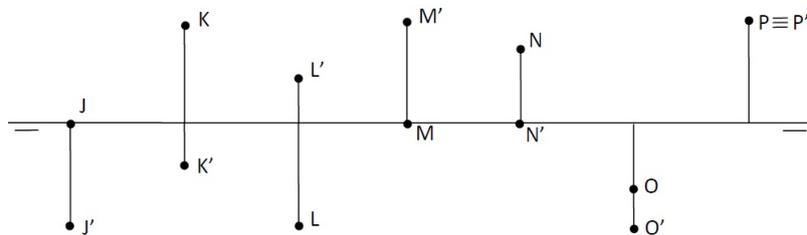
8. Ponto no semiplano vertical inferior (afastamento nulo e cota negativa):



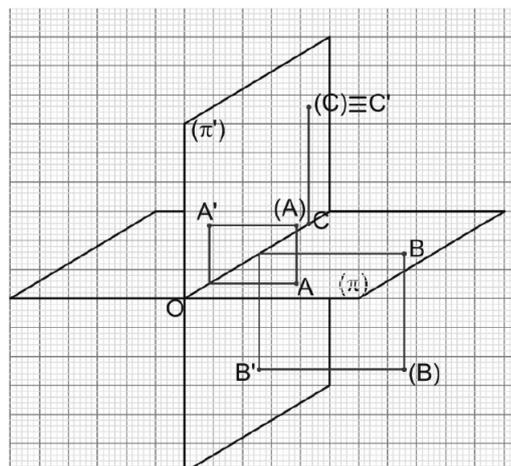
9. Ponto na linha de terra (afastamento e cota nulos):



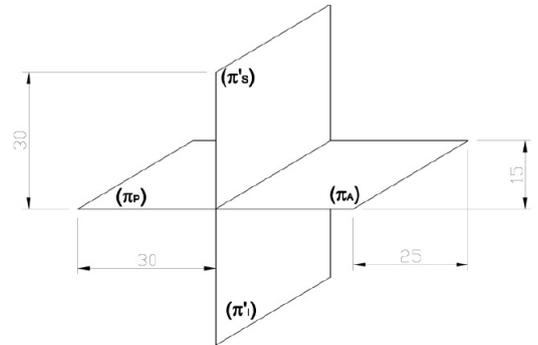
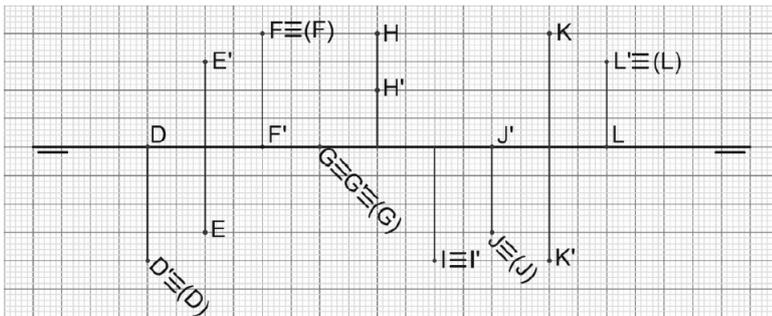
**Questão 3:** Indicar as posições dos pontos  $(J)$ ,  $(K)$ ,  $(L)$ ,  $(M)$ ,  $(N)$ ,  $(O)$  e  $(P)$  em relação aos planos de projeção, conhecendo-se as suas projeções dadas na éfura abaixo:



**Questão 4:** Representar uma éfura com os pontos  $(A)$ ,  $(B)$  e  $(C)$ , conhecendo-se as suas posições no espaço conforme a figura abaixo:



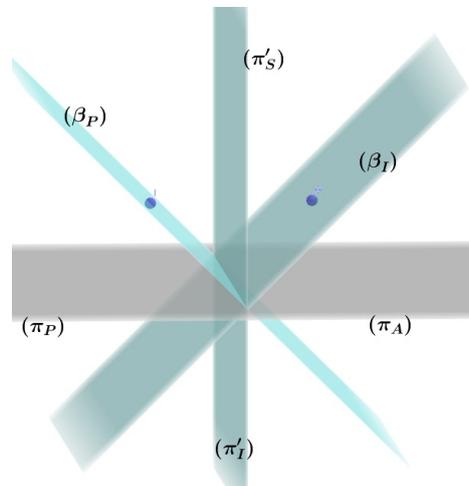
**Questão 5:** Representar os pontos  $(D)$ ,  $(E)$ ,  $(F)$ ,  $(G)$ ,  $(H)$ ,  $(I)$ ,  $(J)$ ,  $(K)$  e  $(L)$  no espaço e informar a sua posição, conhecendo-se as suas representações em épura conforme a figura abaixo, representando cada ponto em um desenho separado, desenhando-se os planos de projeção em perspectiva com as seguintes dimensões:



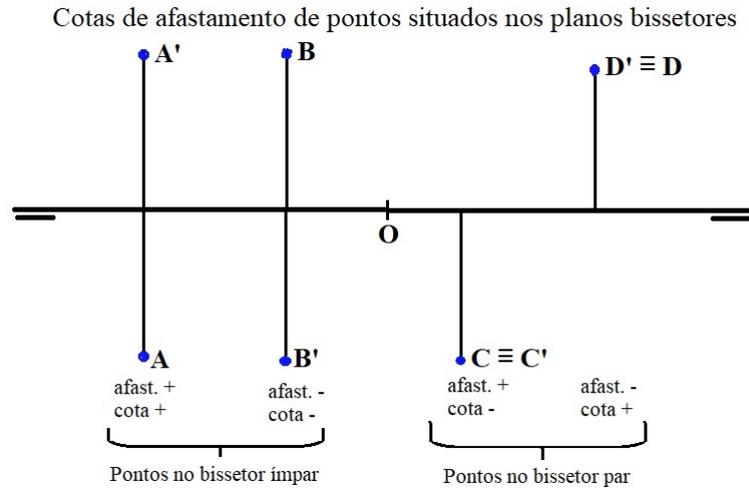
### Pontos nos Planos Bisetores

Plano bisetor é um plano que passa pela linha de terra e forma  $45^\circ$  com os planos de projeção, dividindo o diedro em duas regiões iguais. Há dois planos bisetores (Fig. 5). O Plano *Bisector Ímpar* ( $\beta_I$ ) ou *Primeiro Bisetor* ( $\beta_1$ ) atravessa os diedros ímpares ( $1^\circ$  e  $3^\circ$ ). O *Plano Bisetor Par* ( $\beta_P$ ) ou *Segundo Bisetor* ( $\beta_2$ ), atravessando os diedros pares ( $2^\circ$  e  $4^\circ$ ).

Figura 5



Os pontos situados nos planos bisetores têm a característica principal de serem equidistantes dos planos de projeção, o que pode ser explicado pelo ângulo de  $45^\circ$  formado entre o bisetor e os planos de projeção. Assim, os sinais do afastamento e da cota de um ponto situado em um plano bisetor dependem da posição do ponto em relação aos planos de projeção, conforme apresentado acima. Na figura abaixo tem-se a representação em épura de quatro pontos localizados nos planos bisetores:  $(A)[-40; 20; 20]$ ,  $(B)[-20; -20; -20]$ ,  $(C)[20; 20; -20]$  e  $(D)[40; -20; 20]$ .



Desta forma, percebe-se que, em *épura*, um ponto situado no Plano Bissetor Ímpar tem projeções simétricas em relação à linha de terra, enquanto um ponto situado no Plano Bissetor Par tem projeções coincidentes.

### Simetria de Pontos

Para que dois pontos sejam simétricos em relação a um plano, este deve ser o mediador do segmento de reta formado pelos dois pontos. Em outras palavras, dois pontos são simétricos em relação a um plano quando o plano é perpendicular ao segmento formado por esses dois pontos e contém o seu ponto médio.

Dois pontos são simétricos em relação a uma reta quando a reta é perpendicular ao segmento formado pelos dois pontos e contém o ponto médio deste segmento.

### Posições particulares de simetria

– Pontos simétricos em relação aos planos de projeção:

Quando dois pontos são simétricos em relação ao plano horizontal de projeção, possuem a mesma abscissa, afastamentos iguais em grandeza e sentido e cotas de mesma grandeza e sentidos contrários. Quando dois pontos são simétricos em relação ao plano vertical de projeção, possuem a mesma abscissa, cotas iguais em grandeza e sentido e afastamentos de mesma grandeza e sentidos contrários.

– Pontos simétricos em relação aos planos bissetores

Quando dois pontos são simétricos em relação ao plano bissetor ímpar, possuem a mesma abscissa e a cota de um ponto é igual ao afastamento do outro em grandeza e sentido. Nesse caso, as projeções de nomes contrários dos dois pontos são simétricas em relação à linha de terra (Fig. 2.11 – CRUZ; AMARAL, 2012).

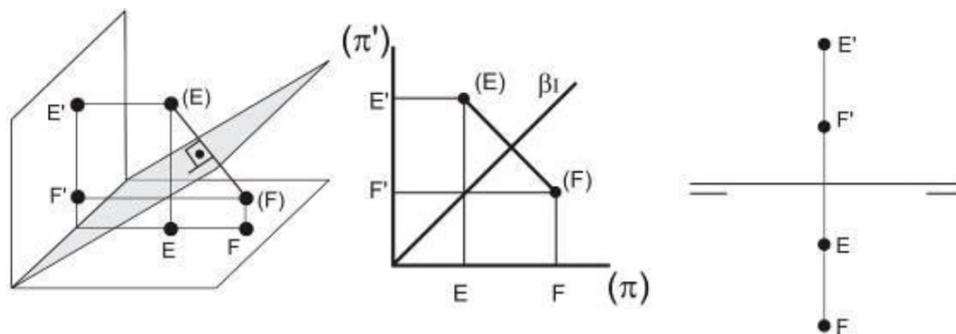


Figura 2.11 – Simetria de pontos em relação ao Plano Bissetor Ímpar

Quando dois pontos são simétricos em relação ao plano bissetor par, possuem a mesma abscissa e a cota de um ponto é igual ao afastamento do outro com sinal contrário. Nesse caso, as projeções de nomes contrários dos dois pontos são coincidentes (Fig. 2.12 – CRUZ; AMARAL, 2012).

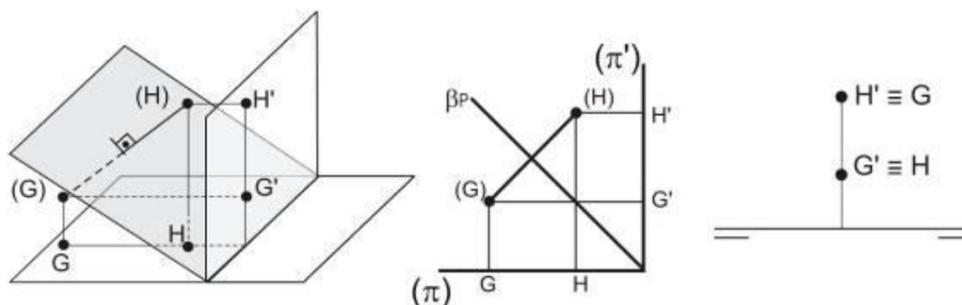


Figura 2.12 – Simetria de pontos em relação ao Plano Bissetor Par

### Pontos simétricos em relação à linha de terra

Quando dois pontos são simétricos em relação à linha de terra, possuem a mesma abscissa e cotas e afastamentos iguais em grandeza, mas de sentidos contrários. Nesse caso, as projeções de mesmo nome são simétricas em relação à linha de terra (Fig. 2.13 – CRUZ; AMARAL, 2012).

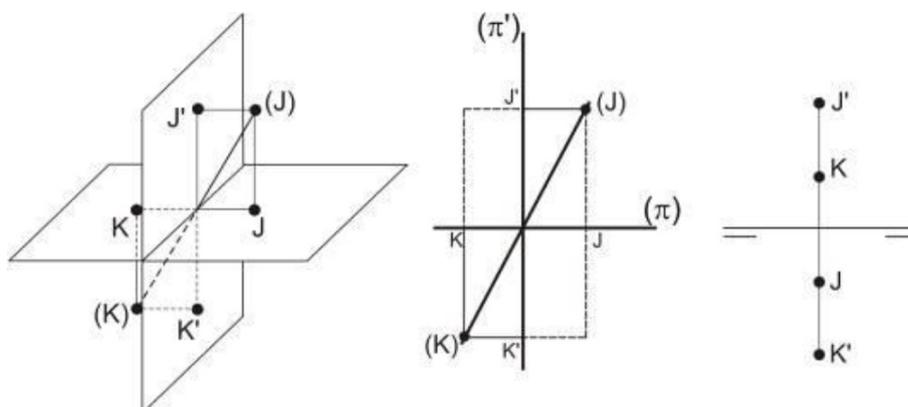


Figura 2.13 – Simetria de pontos em relação à linha de terra

Referências:

CRUZ, D. C.; AMARAL, L. G. H. do. **Apostila de Geometria Descritiva.** Instituto de Ciências Ambientais e Desenvolvimento Sustentável Universidade Federal da Bahia, Nov. 2012.

JUNIOR, A. dos R. P. **Noções de Geometria Descritiva.** São Paulo: Nobel, 1983.