

Geometria Descritiva

A Geometria Descritiva é a ciência que tem a finalidade de representar graficamente os elementos do espaço projetados sobre dois ou mais planos, permitindo a solução de problemas tridimensionais com o auxílio da geometria plana, tendo aplicações nas artes e nas indústrias. Esta ciência foi criada pelo matemático francês *Gaspar Monge* no fim do século *XVIII*.

Seu principal objetivo é o desenvolvimento do raciocínio tridimensional e o aprimoramento da percepção espacial – que é o perfeito entendimento dos objetos da situação visualizada. Este objetivo é atingido quando o sujeito obtém uma total compreensão do espaço tridimensional e de sua representação em um domínio bidimensional.

A Geometria Descritiva é fundamental para cursos de Engenharia, Arquitetura, Desenho Industrial, bem como para a Matemática, a Geologia e as Artes Plásticas, por exigirem um alto grau de pensamento lógico e a capacidade de pensar em três dimensões.

Vários dispositivos naturais de representação têm como princípio de funcionamento a projeção de um objeto tridimensional sobre um meio bidimensional, tais como o olho humano. O olho humano apresenta a retina como meio bidimensional. Também podemos perceber as sombras projetadas sobre o chão, que é um plano horizontal.

O homem, apropriando-se do princípio da projeção no desenvolvimento de seus dispositivos para a representar bidimensionalmente os objetos no espaço, produziu câmeras fotográficas e os projetores em geral.

O sistema projetivo é composto por cinco elementos: centro de projeção, retas projetantes, objeto, plano de projeção e projeção ou imagem.

Um exemplo prático de sistema projetivo é o conjunto formado por um projetor de slides e uma parede na qual será projetada a imagem.

- A lâmpada do projetor é o **centro de projeção**, ponto do qual parte o feixe de retas (feixe de luz) que formará a imagem do objeto;
- O feixe de raios de luz é formado por **retas projetantes**, que produzem um cone de projeção;
- O slide representa o **objeto** a ser projetado;
- A parede representa o **plano de projeção**, onde será projetada a imagem do objeto;
- A **projeção ou imagem** é a própria imagem vista na parede.

Notação:

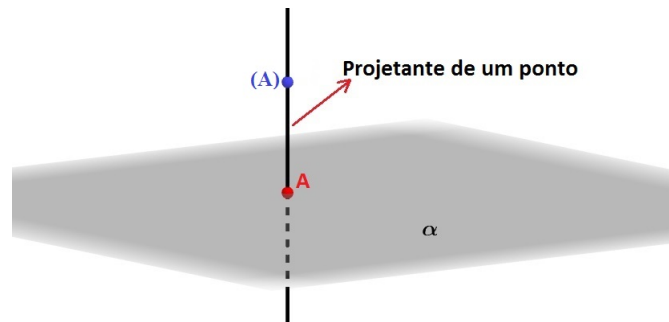
1. Os pontos do espaço serão indicados por letras maiúsculas: A, B, C, \dots .
2. As retas do espaço serão indicadas por letras minúsculas: a, b, c, \dots .
3. Os planos do espaço serão indicadas por letras gregas minúsculas: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

Projeção Ortogonal de um Ponto

A *projeção ortogonal* de um ponto é o pé da perpendicular baixada do ponto ao plano. Assim, na figura 1, A é a projeção do ponto (A) sobre o plano α (alfa).

Chama-se projetante de um ponto, a perpendicular baixada deste ponto ao plano de projeção. O segmento $(A)A$ (Fig. 1) é a projetante do ponto (A).

Figura 1



Para que um ponto fique bem determinado, podemos empregar dois métodos diferentes: *método dos planos cotados* e *métodos das projeções*.

No *método dos planos cotados* emprega-se um plano de projeção e a cota do ponto – a cota de um ponto é o comprimento da sua projetante. O plano de projeção é o plano horizontal tomado como plano de comparação e é chamado *Plano Cotado* porque nele se inscreve a cota do ponto (positiva acima e negativa abaixo desse plano).

Uma reta (Fig. 2), por exemplo, pela sua projeção horizontal e pelas cotas de dois de seus pontos.

Figura 2

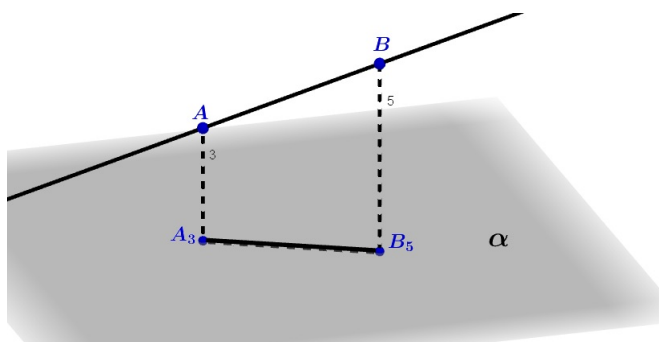
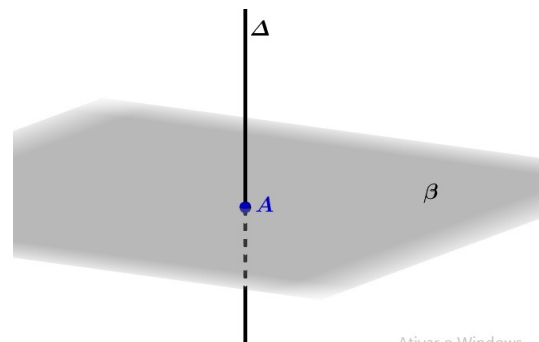


Figura 3



No *método das projeções*, para que um ponto fique bem determinado, uma só projeção não é suficiente. Na figura 3, percebemos que o ponto A é a projeção no plano β (beta) de qualquer ponto da perpendicular ilimitada Δ (delta).

Para que um ponto fique bem determinado, emprega-se o método da dupla projeção, de Monge.

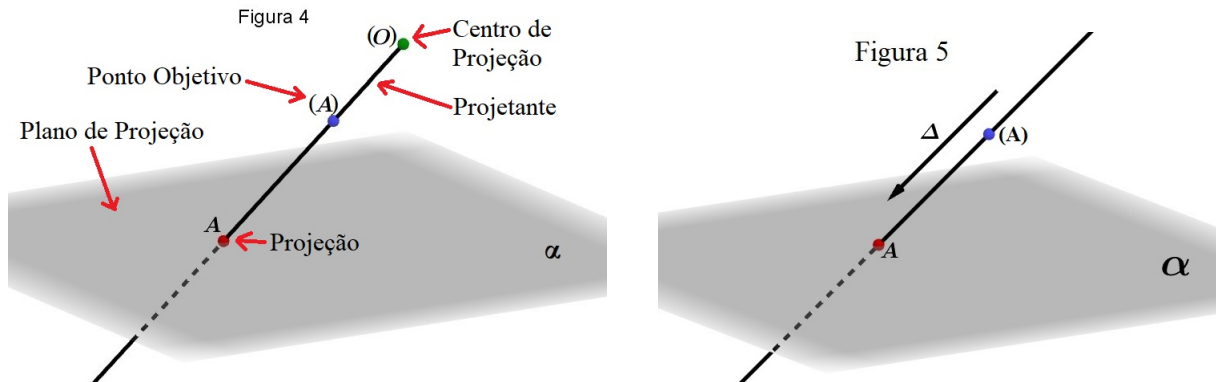
Classificação das Projeções

No *Sistema de Projeção Central* (ou *Cônico* ou *Perspectivo*), a distância entre o Centro de Projeção (CP) e o objeto é finita e ajustável com a ordem de grandeza das dimensões do objeto, existindo um ângulo não desprezível entre as projetantes, causando distorções na projeção.

A distância entre o CP e o Plano de Projeção (PP) define o tamanho da imagem e a distância entre o CP e o objeto define o grau das distorções da imagem. As distorções são chamadas de efeito perspectivo. Exemplos de sistemas projetivos cônicos ou centrais: visão humana, câmeras fotográficas e filmadoras, projetores e a luz projetada a partir de uma lâmpada.

Supondo um ponto (A) no espaço, um plano qualquer α e um observador em (O). Partindo de (O)

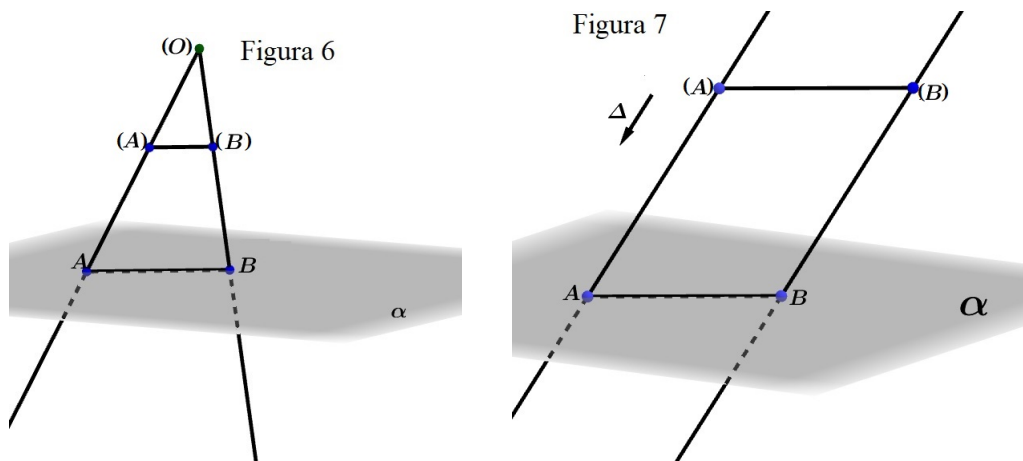
um raio visual, que passa por (A) e encontra o plano α . O ponto A será a projeção de (A) sobre o plano de projeção α e a reta $(O)A$ será a projetante. O ponto (O) será o centro de projeção e esses sistemas chamam-se Cônico ou Perspectivo (ou Projeção Central).



No *Sistema de Projeção Cilíndrico* (ou *Paralelo*, a distância entre o Centro de Projeção (CP) e o objeto é tão grande em relação às dimensões do objeto a ser projetado que pode ser considerada infinita, tornando as projeções paralelas. Uma característica desse sistema está na característica das distorções produzidas na imagem (ou projeção). As faces sendo paralelas ao plano de projeção projetam-se em verdadeira grandeza, facilitando as aplicações onde a precisão é importante, como em projeto. Não há distorção se a projeção de retas e planos forem paralelas, pois tal característica é importante para a compreensão das formas.

Conforme a posição relativa de projetantes e plano de projeção, este sistema de projeção cilíndrico pode ser *Oblíquo* ou *Ortogonal*, conforme a direção de Δ (delta) seja ou não perpendicular ao plano de projeção.

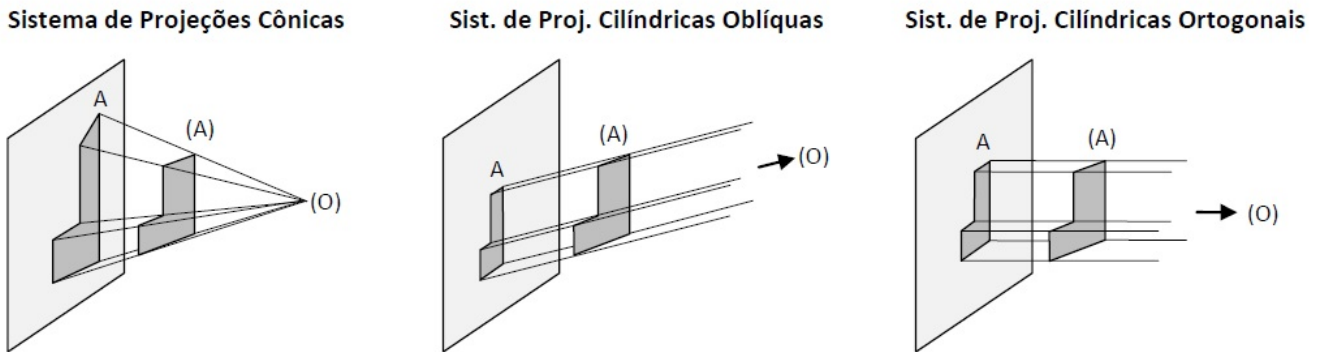
Mantendo o ponto (A) e o plano α e considerando o ponto (O) lançado no infinito, a projetante será paralela à uma direção Δ (delta) e neste caso, o ponto (O) é dito como impróprio.



Para que a forma e as dimensões de um objeto sejam percebidas de forma satisfatória, é necessário que as dimensões da projeção e as dimensões reais do objeto se correspondam. Para tal, o objeto deve ser representado com sua verdadeira grandeza (VG). Todavia, quando o objeto não é paralelo

ao plano de projeção, ele não é projetado em VG em nenhum dos três sistemas de projeção apresentados (Fig. 8).

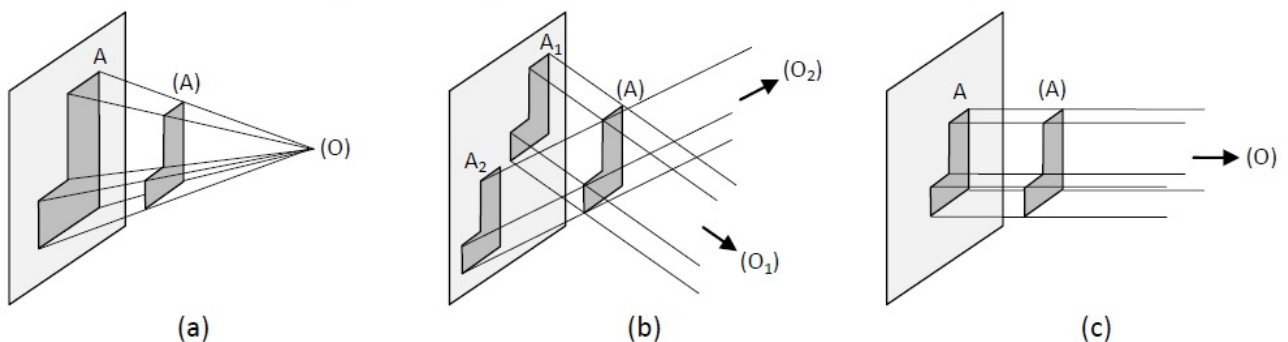
Figura 8 - Objetos oblíquos ao plano de projeção



Se o objeto for paralelo ao plano de projeção, temos:

1. No Sistema de Projeções Cônicas, as dimensões da projeção não correspondem às dimensões reais do objeto (Fig. 9(a)). Ou seja, o objeto não é representado em VG.
12. No Sistema de Projeções Cilíndricas Oblíquas, o objeto é representado em VG, mas como o ângulo das projetantes com o plano de projeção pode assumir qualquer valor, a projeção pode se localizar em muitas posições diferentes (Fig. 9(b)).
3. No Sistema de Projeções Cilíndricas Ortogonais, o objeto também é representado em VG e, além disso, há somente uma posição em que a projeção pode se localizar, uma vez que as projetantes só podem assumir uma direção (Fig. 9(c)). Por esse motivo, o sistema mais utilizado em Geometria Descritiva e em Desenho Técnico é o Sistema de Projeções Cilíndricas Ortogonais.

Figura 9 – Objetos paralelos ao plano de projeção

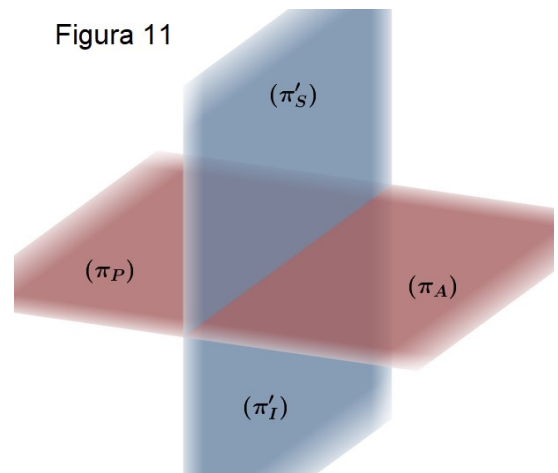
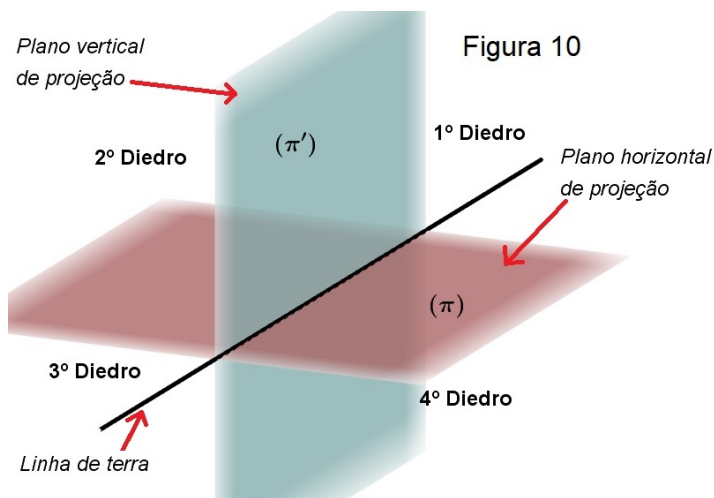


Método da Dupla Projeção de Monge

Para se definir a forma e a posição de um objeto no espaço de forma satisfatória utilizando-se um

sistema de projeções, uma só projeção não é suficiente. Assim, na Geometria Descritiva clássica, são utilizados dois planos de projeção para se representar um objeto e o sistema de projeção adotado é o *Sistema de Projeções Cilíndricas Ortogonais*.

O **método da dupla projeção de Monge**, em que a Geometria Descritiva clássica está fundamentada, consiste em se determinar duas projeções ortogonais do objeto sobre dois planos perpendiculares entre si, o plano horizontal de projeção (π) e o plano vertical de projeção (π'). Esses dois planos dividem o espaço em quatro regiões, denominadas diedros, e se interceptam segundo uma linha chamada linha de terra (Fig. 10). Os dois planos de projeção determinam quatro semiplanos: *horizontal anterior* (π_A), *horizontal posterior* (π_P), *vertical superior* (π'_S) e *vertical inferior* (π'_I) (Fig. 11).



Qualquer objeto, quando representado no sistema mongeano, possuirá duas projeções: uma no plano horizontal de projeção e outra no plano vertical de projeção (Fig. 12). A projeção do objeto sobre o plano (π) é chamada de projeção horizontal e a projeção sobre o plano (π') é denominada projeção vertical. Por convenção, considera-se que o centro de projeção que dá origem à projeção horizontal está localizado acima do plano horizontal (π), a uma distância infinita, enquanto o relativo à projeção vertical está localizado na frente do plano vertical (π') – também a uma distância infinita.

Rebatendo-se o plano horizontal (π) sobre o vertical (π'), ou vice-versa, é possível representar uma figura do espaço tridimensional em um único plano. Assim, pode-se rebater o plano (π) sobre o plano (π'), girando de 90° o plano (π) em torno da linha de terra, no sentido horário, fazendo com que os dois planos de projeção fiquem em coincidência, obtendo-se o que se chama de **é pura** (Fig. 13). A **é pura** possibilita a representação de um objeto tridimensional em um espaço bidimensional (na folha de papel), tornando possível a resolução de inúmeros problemas geométricos.

Figura 12 - Projeções ortogonais

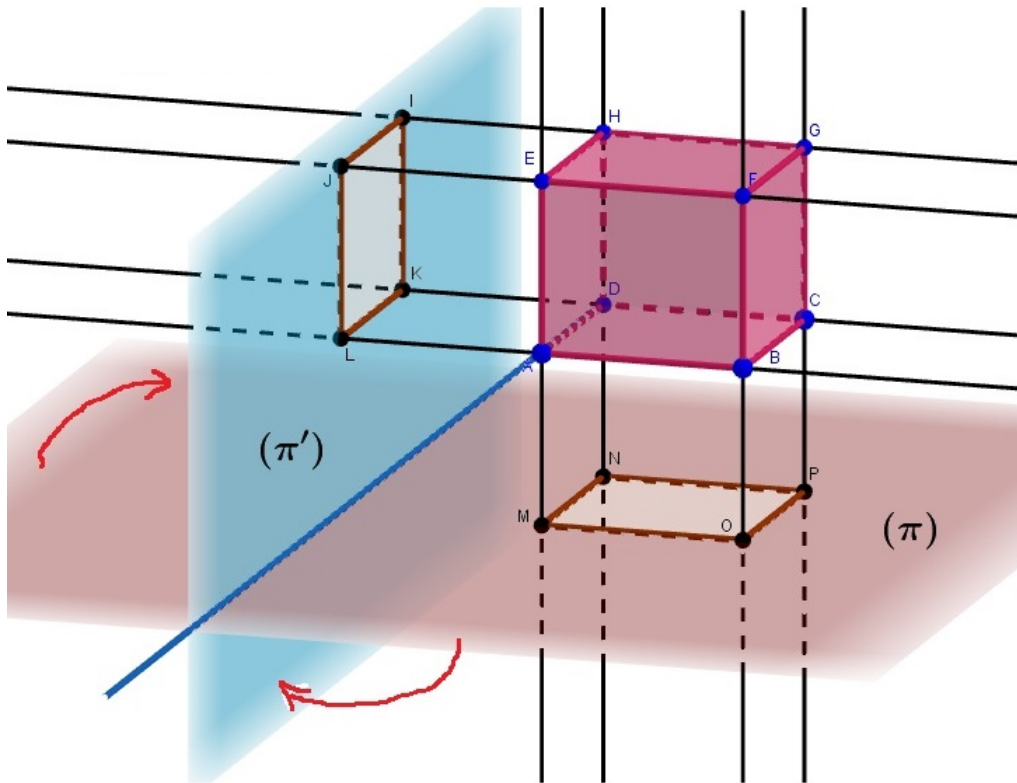


Figura 13 - Épura do objeto

