

Relações entre Seno, Cosseno, Tangente e Cotangente

Relação Fundamental:

Seja o triângulo ABC , retângulo em A , de lados medindo $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$. Fixando um ângulo agudo \hat{B} e tomando as razões trigonométricas supracitadas, de acordo com o teorema de Pitágoras, temos $b^2 + c^2 = a^2$. Então:

$$(a \cdot \sin \hat{B})^2 + (a \cdot \cos \hat{B})^2 = a^2$$

$$a^2 \cdot \sin^2 \hat{B} + a^2 \cdot \cos^2 \hat{B} = a^2 \quad (1)$$

Dividindo a Eq. (1) por a^2 , resulta:

$$\sin^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{B} = 1 \quad (2)$$

Considerando as razões $\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}$ e $\frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}}$, obtemos:

$$\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{c} = \frac{b}{c} = \tan \hat{B} \Rightarrow \tan \hat{B} = \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} \quad (3)$$

$$\frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} = \frac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{c}{a} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{b} = \cot \hat{B} \Rightarrow \cot \hat{B} = \frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} \quad (4)$$

Isolando o $\sin \hat{B}$ na Eq. (3), temos $\sin \hat{B} = \tan \hat{B} \cdot \cos \hat{B}$ e substituindo em (4), verifica-se que:

$$\cot \hat{B} = \frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{B}}{\tan \hat{B} \cdot \cos \hat{B}} = \frac{1}{\tan \hat{B}}$$

Senos, Cossenos, Tangentes e Cotangentes de ângulos complementares

Figura 1

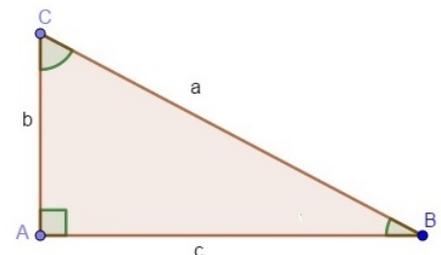
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ; \quad \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

(\hat{B} e \hat{C} são complementares)

$$\sin \hat{B} = \cos \hat{C}, \quad \sin \hat{C} = \cos \hat{B},$$

$$\tan \hat{B} = \cot \hat{C} \quad \text{ou} \quad \tan \hat{B} = \frac{1}{\tan \hat{C}},$$

$$\tan \hat{C} = \cot \hat{B} \quad \text{ou} \quad \tan \hat{C} = \frac{1}{\tan \hat{B}}$$



QUESTÃO 1: Calcule o seno, o cosseno, a tangente e a cotangente dos ângulos agudos \hat{B} e \hat{C} de um triângulo retângulo, cujas medidas de seus lados são 8cm , 11cm e 13.6cm .

QUESTÃO 2: Sabendo que os ângulos agudos \hat{B} e \hat{C} são complementares, calcule $\cos \hat{C}$, $\tan \hat{C}$ e $\cot \hat{C}$, quando:

- a) $\cos \hat{B} = 0,38$ b) $\cos \hat{B} = \frac{7}{9}$ c) $\cos \hat{B} = \frac{4}{7}$ d) $\cos \hat{B} = 0.8$

Razões Trigonômicas Especiais

Do ângulo de 45° :

QUESTÃO 3: Considere um quadrado $ABCD$ de lado medindo a , determine a medida: da diagonal BD , do $\sin \hat{B}$, do $\cos \hat{B}$, da $\tan \hat{B}$ e da $\cot \hat{B}$.

Do ângulo de 30° e 60° :

QUESTÃO 4: Considere um triângulo equilátero ABC de lado medindo a , determine a medida do seno, cosseno, tangente e cotangente dos ângulos de 30° e 60° .

QUESTÃO 5: Complete a tabela dos ângulos notáveis:

Razão \ Ângulo	30°	45°	60°
Seno			
Cosseno			
Tangente			
Cotangente			