

## Relações entre Seno, Cosseno, Tangente e Cotangente

*Relação Fundamental:*

Seja o triângulo  $ABC$ , retângulo em  $A$ , de lados medindo  $\overline{AB} = c$ ,  $\overline{AC} = b$  e  $\overline{BC} = a$ . Fixando um ângulo agudo  $\hat{B}$  e tomando as razões trigonométricas supracitadas, de acordo com o teorema de Pitágoras, temos  $b^2 + c^2 = a^2$ . Então:

$$(a \cdot \sin \hat{B})^2 + (a \cdot \cos \hat{B})^2 = a^2$$

$$a^2 \cdot \sin^2 \hat{B} + a^2 \cdot \cos^2 \hat{B} = a^2 \quad (1)$$

Dividindo a Eq. (1) por  $a^2$ , resulta:

$$\sin^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{B} = 1 \quad (2)$$

Considerando as razões  $\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}$  e  $\frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}}$ , obtemos:

$$\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{c} = \frac{b}{c} = \tan \hat{B} \Rightarrow \tan \hat{B} = \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} \quad (3)$$

$$\frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} = \frac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{c}{a} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{b} = \cot \hat{B} \Rightarrow \cot \hat{B} = \frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} \quad (4)$$

Isolando o  $\sin \hat{B}$  na Eq. (3), temos  $\sin \hat{B} = \tan \hat{B} \cdot \cos \hat{B}$  e substituindo em (4), verifica-se que:

$$\cot \hat{B} = \frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{B}}{\tan \hat{B} \cdot \cos \hat{B}} = \frac{1}{\tan \hat{B}}$$

### Senos, Cossenos, Tangentes e Cotangentes de ângulos complementares

Figura 1

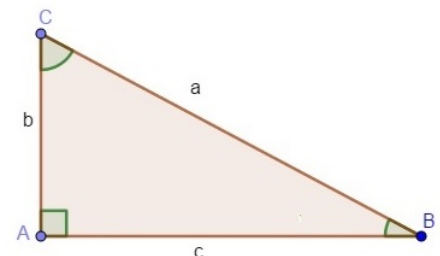
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ; \quad \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

( $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  são complementares)

$$\sin \hat{B} = \cos \hat{C}, \quad \sin \hat{C} = \cos \hat{B},$$

$$\tan \hat{B} = \cot \hat{C} \quad \text{ou} \quad \tan \hat{B} = \frac{1}{\tan \hat{C}},$$

$$\tan \hat{C} = \cot \hat{B} \quad \text{ou} \quad \tan \hat{C} = \frac{1}{\tan \hat{B}}$$



**QUESTÃO 1:** Calcule o seno, o cosseno, a tangente e a cotangente dos ângulos agudos  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  de um triângulo retângulo, cujas medidas de seus lados são  $8\text{cm}$ ,  $11\text{cm}$  e  $13.6\text{cm}$ .

**QUESTÃO 2:** Sabendo que os ângulos agudos  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  são complementares, calcule  $\cos \hat{C}$ ,  $\tan \hat{C}$  e  $\cot \hat{C}$ , quando:

- a)  $\cos \hat{B} = 0,38$                       b)  $\cos \hat{B} = \frac{7}{9}$                       c)  $\cos \hat{B} = \frac{4}{7}$                       d)  $\cos \hat{B} = 0.8$

### Razões Trigonométricas Especiais

Do ângulo de  $45^\circ$ :

**QUESTÃO 3:** Considere um quadrado  $ABCD$  de lado medindo  $a$ , determine a medida: da diagonal  $BD$ , do  $\sin \hat{B}$ , do  $\cos \hat{B}$ , da  $\tan \hat{B}$  e da  $\cot \hat{B}$ .

*Do ângulo de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ :*

**QUESTÃO 4:** Considere um triângulo equilátero  $ABC$  de lado medindo  $a$ , determine a medida do seno, cosseno, tangente e cotangente dos ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

**QUESTÃO 5:** Complete a tabela dos ângulos notáveis:

Razão \ Ângulo	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
Seno			
Cosseno			
Tangente			
Cotangente			