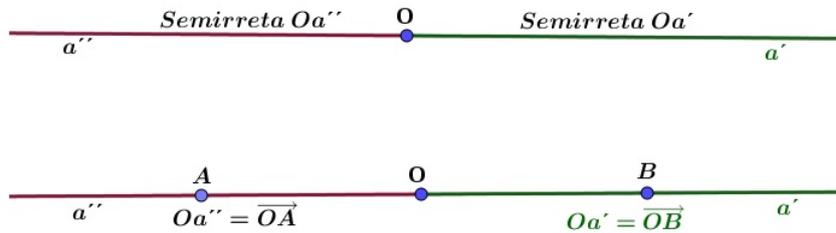


### Revisão da Geometria: Ângulos

**Semirreta** (Fig. 1) é cada uma das partes em que uma reta fica dividida por um de seus pontos.

Figura 1



**Ângulo** é a reunião de duas semirretas de mesma origem mas não contidas na mesma reta.

Na figura 2, observamos:

- os lados do ângulo:  $\vec{OA}$  e  $\vec{OB}$ ;
- o vértice do ângulo:  $O$ ;
- ângulo:  $\begin{cases} a\hat{O}b \text{ ou } A\hat{O}B \\ b\hat{O}a \text{ ou } B\hat{O}A \\ \hat{O} \end{cases}$

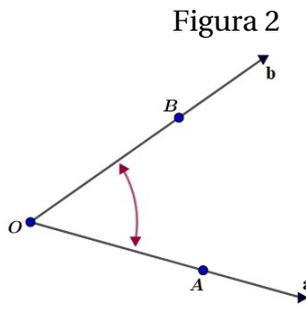
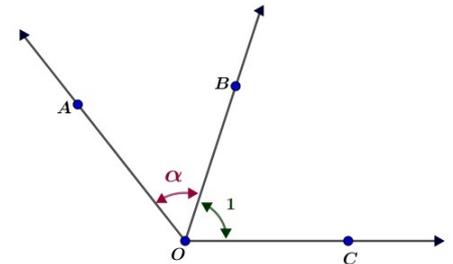


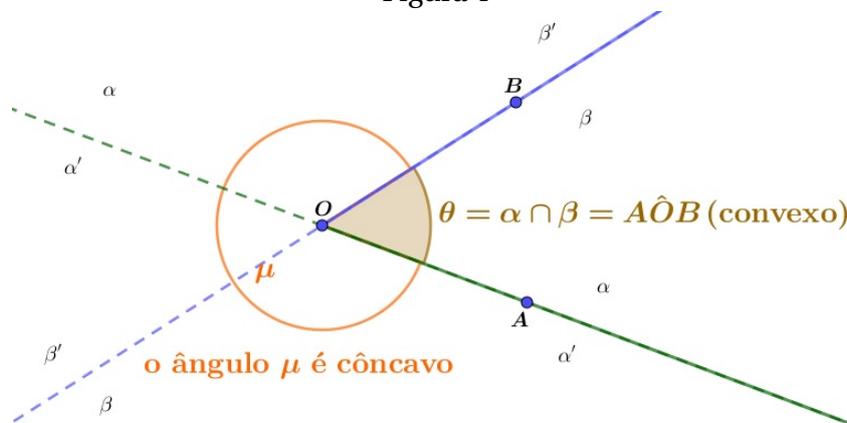
Figura 3



É comum denotarmos ângulos por letras ou números (Fig. 3), tais como  $A\hat{O}B = \hat{\alpha}$  e  $B\hat{O}C = \hat{1}$ .

Considerando um plano e os pontos  $A, B$  e  $O$ , não colineares (Fig. 4). A reta  $OA$  divide o plano em dois semiplanos distintos,  $\alpha$  e  $\alpha'$ , tal que  $B \in \alpha$  e  $\vec{OB} \subset \alpha$ . A reta  $OB$  divide o plano em dois semiplanos distintos,  $\beta$  e  $\beta'$ , tal que  $A \in \beta$  e  $\vec{OA} \subset \beta$ . A interseção dos semiplanos  $\alpha$  e  $\beta$ , limitado pelas semirretas  $\vec{OA}$  e  $\vec{OB}$  determinam o ângulo  $A\hat{O}B$ .

Figura 4



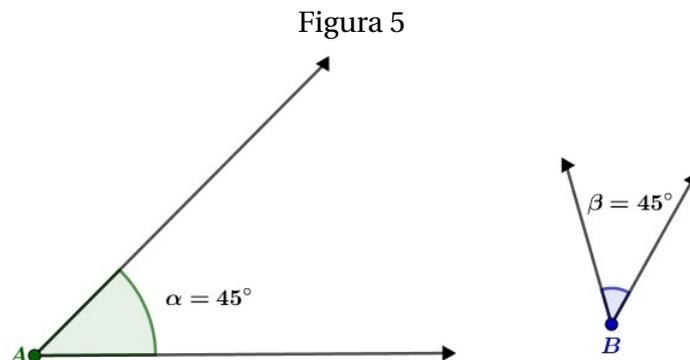
$$\alpha \mid \alpha \supset \vec{OB} \text{ e } \alpha' \mid \alpha' \not\supset \vec{OB} \quad \beta \mid \beta \supset \vec{OA} \text{ e } \beta' \mid \beta' \not\supset \vec{OA} \quad \mu \mid \mu = \alpha' \cup \beta'$$

O interior do ângulo  $A\hat{O}B$  é a interseção dos semiplanos  $\alpha$  e  $\beta$  e os pontos do interior desse ângulo são os *pontos interiores ao ângulo*  $A\hat{O}B$ .

O conjunto de pontos que não pertencem ao ângulo  $A\hat{O}B$  e nem ao seu interior são *pontos externos ao ângulo*.

**Definição 1.** Dois ângulos são congruentes se eles têm a mesma medida (fig. 5).

Indicamos congruência entre ângulos  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$ , escrevendo  $\hat{A} \equiv \hat{B}$ ; assim,  $\hat{A} \equiv \hat{B} \Leftrightarrow m(\hat{A}) = m(\hat{B})$ .



**Definição 2.** Dois ângulos são *consecutivos* se eles têm um lado em comum. Se os outros lados dos ângulos estão em semiplanos opostos, definidos pelo lado comum, esses ângulos são ditos *adjacentes* (Fig. 3).

Prolongar um lado de um ângulo significa tomar a semirreta oposta a esse lado. A semirreta assim obtida é dita ser o prolongamento do lado do ângulo. Dados dois ângulos, se a soma de suas medidas é  $180^\circ$  eles são ditos *suplementares* (Fig. 2).

Se a soma das medidas de dois ângulos é  $90^\circ$  eles são ditos *complementares*. Dizemos que um ângulo é complemento de outro ângulo se eles forem *adjacentes e complementares*.

**Definição 3.** Um *suplemento* de um ângulo é um ângulo adjacente a esse ângulo, obtido pelo prolongamento de um de seus lados.

**Definição 4.** Ângulo reto é um ângulo cuja medida é  $90^\circ$ . Se um ângulo mede menos que  $90^\circ$  ele é dito *agudo*, e é dito *obtuso* se mede mais de  $90^\circ$ .

Considerando um ângulo raso  $A\hat{O}B$ , podemos dividi-lo em 180 partes iguais. Chama-se *ângulo de  $1^\circ$*  (um grau) o ângulo correspondente a  $\frac{1}{180}$  do ângulo raso. *Um grau* é a medida de um arco unitário e seus submúltiplos são o *minuto* e o *segundo*.

Um minuto ( $1'$ ) é o ângulo correspondente a  $\frac{1}{60}$  do ângulo de um grau. Um segundo ( $1''$ ) é o ângulo correspondente a  $\frac{1}{60}$  do ângulo de um minuto.

$$1^\circ = 60' \Rightarrow 1' = \frac{1^\circ}{60}$$

$$1' = 60'' \Rightarrow 1'' = \frac{1'}{60}$$

**QUESTÃO 1:** Converta em minutos os arcos de medida:

- |                   |                   |                    |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| a) $10^\circ 45'$ | b) $45^\circ 37'$ | c) $125^\circ 58'$ |
| d) $26^\circ 28'$ | e) $78^\circ 12'$ | f) $160^\circ 14'$ |

**QUESTÃO 2:** Converta em segundos os arcos de medida:

- |                   |                        |                         |
|-------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $38^\circ 29'$ | b) $72^\circ 13' 29''$ | c) $103^\circ 59' 14''$ |
|-------------------|------------------------|-------------------------|

d)  $129^\circ 14' 6''$

e)  $202^\circ 43' 58''$

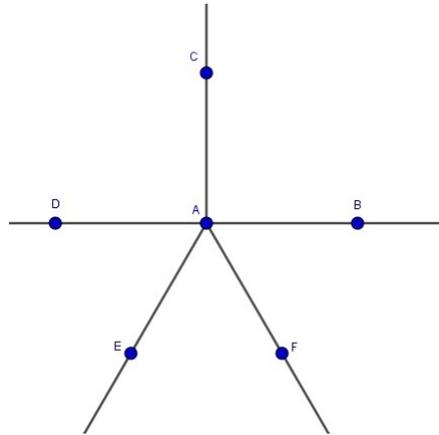
f)  $3^\circ 33' 18''$

**QUESTÃO 3:** Identifique os ângulos congruentes de:

a)  $90^\circ$

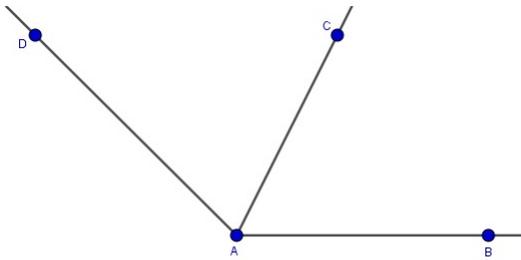
b)  $60^\circ$

b)  $150^\circ$



**QUESTÃO 4:** Identifique os ângulos consecutivos e os ângulos adjacentes.

a)



b)

