Circunferências

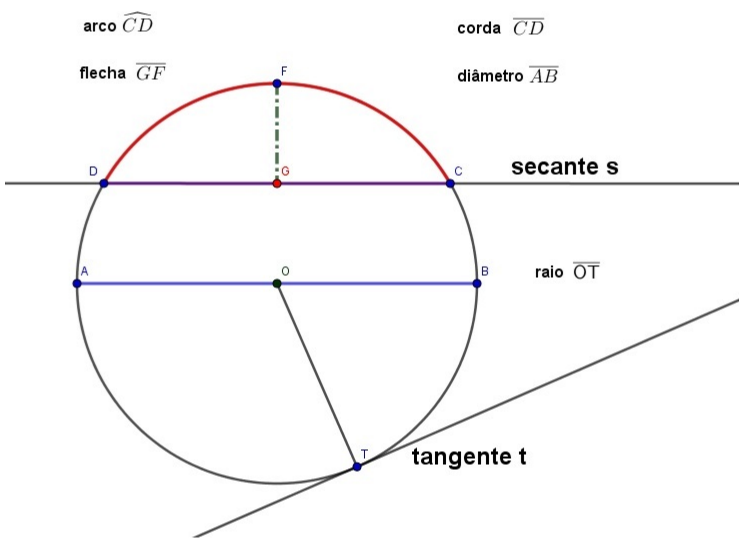
A *circunferência* é a linha curva, plana, fechada, definida pelos pontos equidistantes de seu **centro** (O).

O *círculo* é a parte do plano interna à circunferência e por ela delimitada.

A *semicircunferência* é um arco obtido pela reunião dos pontos extremos de um diâmetro, com todos os pontos da circunferência que estão em um dos lados do diâmetro.

As *linhas da circunferência*:

- Raio $(\overline{OT})$ é o segmento de reta que une o centro a qualquer ponto T da circunferência. Pela própria definição da curva, os raios são todos iguais.
- Secante (s): é a reta que seca (corta) a circunferência em dois de seus pontos.
- Corda $(\overline{CD})$: é o segmento de reta que une dois pontos de uma circunferência e tem a reta secante como reta-suporte.
- Diâmetro $(\overline{AB})$: é a corda que passa pelo centro da circunferência. O diâmetro é a maior corda e é constituído por dois raios opostos ($d = 2r$, isto é, o dobro do raio). O diâmetro divide a circunferência em duas partes iguais denominadas semicircunferências. Assim, temos que o círculo pode ser dividido em dois semicírculos.
- Arco $(\widehat{CD})$ é uma parte qualquer da circunferência, compreendida entre dois de seus pontos. A toda corda corresponde um arco e vice-versa.
- Flecha $(\overline{FG})$ é o segmento perpendicular a uma corda (parte do raio), limitado pela mesma corda e o arco que lhe corresponde.
- Tangente(t) é a reta que toca a circunferência em um só ponto e é perpendicular ao raio que passa por esse ponto. Este ponto se chama ponto de tangência.
- Comprimento da circunferência: corresponde à retificação desta curva ($C = d \cdot \pi$ ou $C = 2r\pi$).



Quanto as posições de uma circunferência, temos:

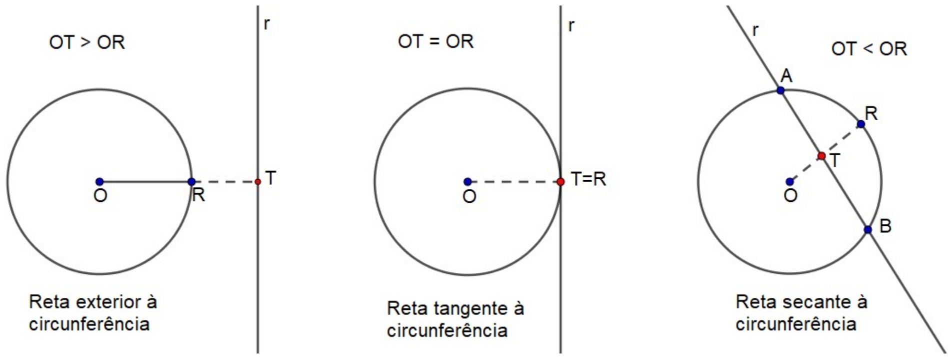
✓ Posições relativas entre uma circunferência e uma reta

a) *Exterior* Uma circunferência e uma reta são exteriores quando não têm nenhum ponto em comum.

b) *Tangentes* Uma reta e uma circunferência são tangentes quando possuem *um único ponto em comum* (ponto de tangência T).

Ao ligarmos o centro da circunferência ao ponto de tangência, temos o segmento OT, que é igual ao raio da circunferência e perpendicular à reta tangente r.

c) *Secantes* Uma reta e uma circunferência são secantes quando possuem dois pontos em comum.



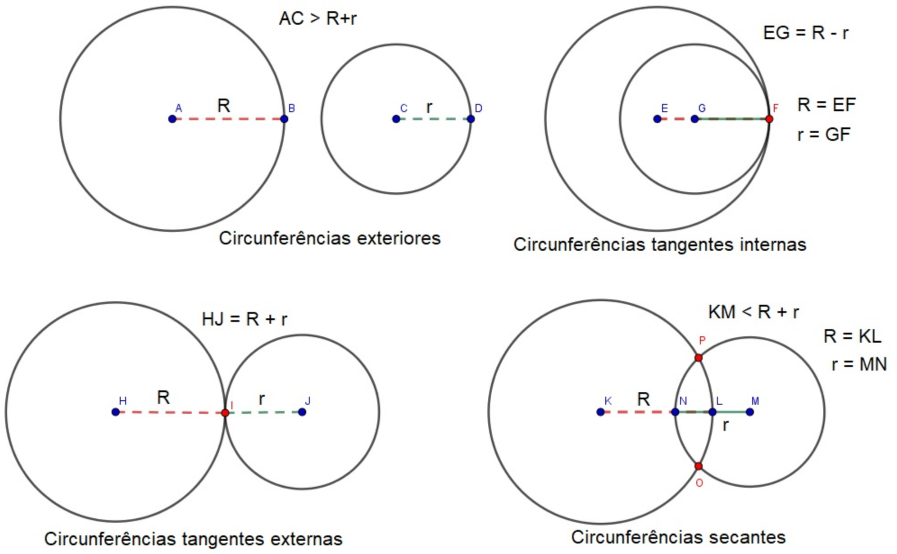
✓ Posições relativas entre duas circunferências

a) *Exterior* Duas circunferências são exteriores quando não possuem pontos em comum.

b) *Tangentes Internas* Duas circunferências são *tangentes internas* quando possuem apenas um ponto em comum, que é um ponto de tangência, e a distância entre os centros das circunferências é igual à diferença entre raios.

c) *Tangentes Externas* Duas circunferências são tangentes externas quando possuem apenas um ponto em comum, que é um ponto de tangência, e a distância entre os centros das circunferências é igual à soma dos raios.

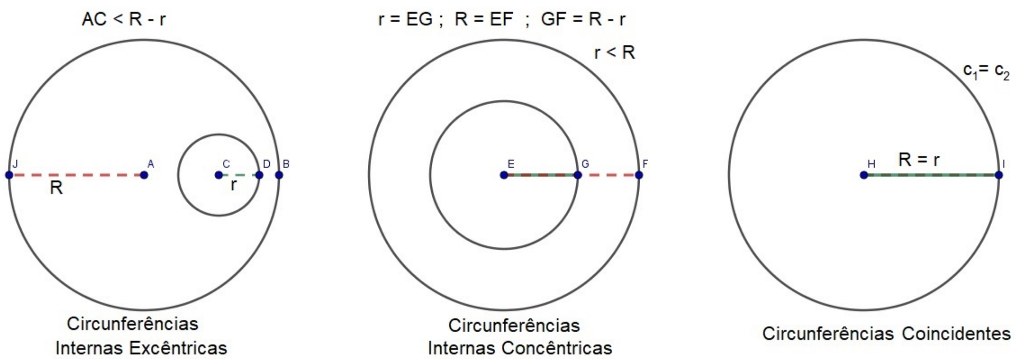
d) *Secantes* Duas circunferências são secantes quando possuem dois pontos em comum.



e) *Internas Excêntricas* Duas circunferências internas excêntricas não se interceptam em nenhum ponto, possuem centros distintos e a distância entre seus centros é menor que a diferença entre seus respectivos raios.

f) *Internas Concêntricas* Duas circunferências internas concêntricas não se interceptam em nenhum ponto, sendo que seus centros são coincidentes e os raios distintos.

g) *Coincidentes* Duas circunferências são coincidentes quando possuem o mesmo raio e os centros são coincidentes.



Uma circunferência e ângulos inscritos nesta

Um ângulo α está inscrito em uma circunferência quando tem o vértice na circunferência e os lados são ambos secantes ou um secante e o outro tangente a ela.

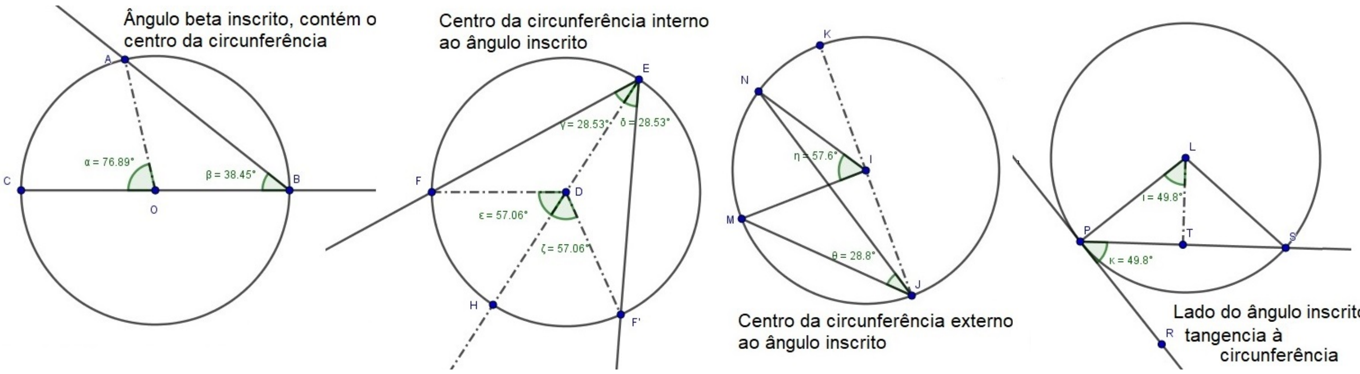
O ângulo β é denominado de ângulo central correspondente ao ângulo α inscrito, sendo $\beta = 2\alpha$. Existe quatro representações distintas para a aplicação desta propriedade.

i) Um dos lados do ângulo inscrito contém o centro da circunferência.

ii) O centro da circunferência é interno ao ângulo inscrito.

iii) O centro da circunferência é externo ao ângulo inscrito.

iv) Um lado do ângulo inscrito é tangente à circunferência.

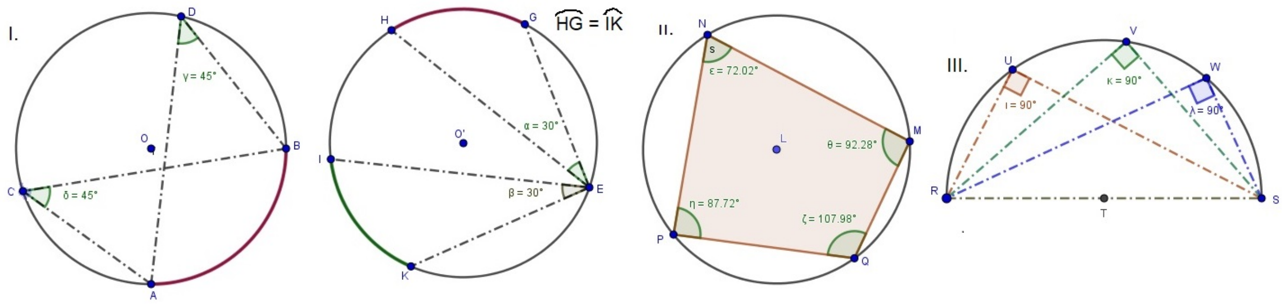


Representações de outras três propriedades comuns de figuras geométricas inscritas em circunferências.

I. Os ângulos inscritos em uma circunferência que interceptam o mesmo arco (ou arcos iguais) são iguais.

II. Os ângulos opostos de um quadrilátero inscrito em uma circunferência são suplementares.

III. Todo ângulo inscrito em uma semicircunferência é reto.



Circunferências tangentes

Duas circunferências são tangentes, quando os seus centros e o ponto de tangência T (entre elas) são sempre colineares.

Reta tangente a uma circunferência

Para construir uma reta tangente a uma circunferência é necessário que o ponto de tangência e o centro da circunferência estejam sobre uma mesma reta que deve ser perpendicular à reta tangente.

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O;

2º) Traçar o raio OT, prolongando-o;

3º) Construir uma reta perpendicular a OT passando por T.

Retas tangentes a duas circunferências

As retas tangentes a duas circunferências podem ser tangentes internas ou externas.

Tangentes externas

Construção:

1º) Construir duas circunferências de centro O e O', com raios $r = 3.5cm$ e $r' = 2cm$, respectivamente; Uma ao lado da outra, mas sem pontos de interseção.

2º) Com centro em O, traçar uma circunferência cujo raio é a diferença $(r - r')$;

3º) Traçar segmento OO' e definir M como seu ponto médio;

4º) Com centro do compasso em M e raio MO, definir os pontos E e F na interseção com a circunferência de raio $(r - r')$;

5º) Traçar uma reta contendo os pontos O e E e outra reta contendo os pontos O e F até a interseção com a circunferência de raio r, definindo os pontos T_1 e T_2;

6ª) Com centro em M e raio MT_1 definir os pontos T_1' e T_2' na circunferência de raio r';

7º) Unir os pontos T_1 e T_2 aos pontos T_1' e T_2', respectivamente.

Tangentes Internas

Construção:

1º) Construir duas circunferências de centro O e O', com raios $r = 3.5cm$ e $r' = 2cm$, respectivamente; Uma ao lado da outra, mas sem pontos de interseção.

2º) Com centro em O', traçar uma circunferência cujo raio é a soma $(r + r')$;

3º) Traçar segmento OO' e definir M como seu ponto médio;

4º) Com centro em M e raio MO, definir os pontos E e F na interseção com a circunferência de raio $(r + r')$;

5º) Traçar uma reta que passe pelos pontos O' e E e outra reta que passe pelos pontos O' e F, definindo na interseção com a circunferência de raio r, respectivamente os pontos T_1 e T_2;

6º) Com centro em M e raio MT_1 definir os pontos T_1' e T_2';

7º) Unir os pontos T_1 e T_2 aos pontos T_1' e T_2', respectivamente.

Concordância

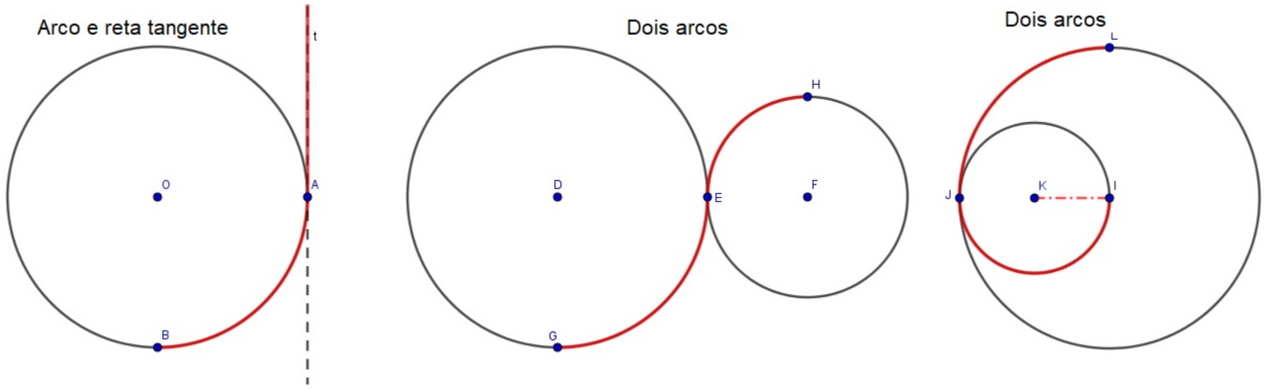
Dizemos que duas linhas, dois arcos, ou um arco e uma semi-reta, são concordantes, quando são tangentes e há suavidade na continuidade de um ente geométrico para outro.

Princípios fundamentais de concordância

Para concordar um arco e uma reta, é necessário que o ponto de concordância e o centro do arco estejam ambos sobre uma mesma perpendicular à reta concordante.

Logo, a reta concordante ao arco é tangente à circunferência relativa a ele no ponto de concordância. Sendo assim, o ponto de concordância coincide com o ponto de tangência.

Para concordar dois arcos, o ponto de concordância e os centros dos arcos devem ser colineares.



Aplicações dos princípios de concordância

Os princípios de concordância são utilizados para traçados de calçadas, ruas e rodovias. É preciso haver concordância em vias que são perpendiculares ou oblíquas entre si, de tal modo que a curva atenda às limitações dos raios de giro dos veículos e para que haja suavidade na conversão do motorista.

Parâmetros para traçamos o Desenho Geométrico.

a) Concordar a reta dada r com a reta dada s no ponto A por meio de um arco.

   Construção:

   1º) Por A traçar a perpendicular à r;

   2º) Prolongar s até encontrar r determinando o ponto B na interseção;

   3º) Com centro em B e raio $\overline{BA}$ obter C, ponto de concordância em s;

   4º) A bissetriz do ângulo $A\hat{B}C$ encontra a perpendicular traçada em O, centro do arco procurado;

   5º) Centro em O e raio $\overline{OA}$, traçar o arco AC.

b) Concordar dois arcos dados, de centros O e O', e raios R e R', por meio de outro arco de raio r.

   Construção:

   1º) Construir duas circunferências de centro O e O', com raios $r = 3.5cm$ e $r' = 2cm$, respectivamente; Uma ao lado da outra, mas sem pontos de interseção.

   2º) Com centro em O e raio $(R + r)$ e centro em O' e raio $(R' + r)$, obtemos o centro C do arco concordante procurado;

   3º) Unir C a O e O', obter os pontos de concordância A e B;

   4º) Traçar o arco com centro em C e raio $\overline{CA}$.

O Lugar Geométrico (LG) dos pontos que estão a uma distância a de um ponto O é a circunferência de centro O e raio r.

Caso notável (de atenção) 1. O LG dos pontos P tais que as tangentes a uma circunferência conhecida, por eles conduzida, têm comprimento m constante conhecido, é uma circunferência.

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 2.5cm$;

2º) Traçar uma reta t tangente à circunferência, no ponto T;

3º) Com centro em T e raio igual a $2cm$, traçar um arco obtendo assim B;

4º) Com raio $\overline{OB}$ e centro em O, traçar a circunferência procurada.

Caso notável 2. O LG dos pontos P que veem uma circunferência sob um ângulo β é uma circunferência. comprimento m constante conhecido, é uma circunferência.

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 2.5cm$;

2º) Traçar uma reta s passando por O, centro da circunferência;

3º) Na interseção da reta s com a circunferência determinar o ponto T_1;

4º) Traçar uma reta r, tangente à circunferência, que passe por T_1;

5º) Traçar, a partir de s, um ângulo β com centro em O que seja igual a $\beta = [360° - \alpha - (2 \cdot 90°)]$ – o ângulo α é o suplemento de β e $2 \cdot 90°$ é a semicircunferência abaixo de β; O angulo β é agudo;

6º) Na interseção da circunferência com a reta que define o ângulo β, marcar T_2;

7º) Traçar uma reta t, tangente à circunferência, que passe por T_2;

8º) Na interseção das retas r e t definir o ponto B;

9º) Com o compasso em O e abertura $\overline{OB}$, traçar a circunferência O'. Neste Caso, $O = O'$.

Construção do Pentágono regular, dado o lado. Considere o lado do pentágono ℓ_5 correspondente ao segmento $AB = 2cm$.

Construção:

1º) Traçar o segmento AB;

2º) Com a abertura do compasso igual ao comprimento $\overline{AB}$, traçar duas circunferências com centros em A e em B;

3º) Na interseção das circunferências marque os pontos C e D, depois, trace a mediatriz;

4º) Ainda com a mesma abertura, centrar o compasso em D e traçar um arco determinando os pontos E, F e G;

5º) Traçar um segmento de reta iniciando em E, passando por F até determinar o ponto I;

6º) Repetir esse passo iniciando o segmento de reta no ponto G, passando por F, até determinar o ponto H;

7º) Ainda com a mesma abertura, centrar o compasso no ponto H e determinar o ponto J (na mediatriz) – ou pode centrar o compasso no ponto I;

8º) Traçar segmentos de reta unindo os pontos A, H, J, I, B para fechar o polígono em A. Esta forma é um Pentágono regular.

Diagonais de um polígono

Diagonal é o segmento de reta cujos extremos são dois pontos não consecutivos de um polígono. Para determinar quantas Diagonais existem em um polígono usamos a fórmula

$$D = \frac{n \cdot (n-3)}{2},$$

sendo n o número de lados do polígono.

Divisão da circunferência

a) *Divisão da circunferência em três partes congruentes e inscrevendo um triângulo equilátero.*
Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 3cm$;

2º) Traçar o diâmetro, determinando os pontos A e B na circunferência;

3º) Com a abertura do compasso correspondente ao raio $\overline{AO}$ centramos a ponta seca em A, e traçamos um arco definindo os pontos C e D;

4º) Os pontos B, C e D dividem a circunferência em três arcos congruentes;

5º) Construir um triângulo equilátero, unindo os pontos B, C e D por segmentos de reta.

b) *Divisão da circunferência em cinco partes congruentes e inscrever o pentágono regular.*

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 3cm$;

2º) Traçar o diâmetro, determinando os pontos A e B na circunferência;

3º) Construir a mediatriz de $\overline{AB}$, determinando os pontos C e D;

4º) Determinamos o ponto médio M do raio $\overline{OB}$;

5º) Centrando o compasso no ponto M com abertura até o ponto C, traçaremos um arco até determinar o ponto E;

6º) Centrando o compasso no ponto C, com abertura até o ponto E. Traçar um arco até encontrar a circunferência, determinando o ponto F;

7º) A distância $\overline{CF}$ é a medida que será usada como abertura no compasso para dividir a circunferência em 5 partes iguais, determinando, assim, os pontos G, H e I;

8º) Unir os pontos C, F, G, H, I, e fechando polígono no ponto C, teremos formado um pentágono regular inscrito.

c) *Divisão da circunferência em seis partes congruentes e inscrever o hexágono regular.*

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 3cm$;

2º) Pelo centro O, traçamos o diâmetro, determinando os pontos A e B.

3º) Com a abertura do compasso correspondente ao raio $\overline{AO}$, centramos a ponta seca em A e traçamos um arco definindo os pontos C e D;

4º) Repetir esta mesma operação, agora centrando o compasso em B, determinaremos os ponto E e F. Os pontos B, E, C, A, D e F dividem a circunferência em seis arcos congruentes;

5º) Unir os pontos B, E, C, A, D e F por segmentos de retas, construindo um hexágono regular.

d) *Divisão da circunferência em sete partes congruentes e inscrever o heptágono regular.*

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 3cm$;

2º) De centro em O, traçar o diâmetro determinando os pontos A e B;

3º) Determinando a mediatriz do raio $\overline{OB}$ determinar os pontos M e C.

4º) O segmento CM corresponde à abertura à ser tomada no compasso para dividir a circunferência em sete partes iguais. Assim, abrir o compasso com abertura $\overline{CM}$ – afixamos a ponta seca do compasso a partir do ponto C;

5º) Determinar os pontos D, E, F, G, H e I que dividem a circunferência em sete partes iguais;

6º) Unir os pontos C, D, E, F, G, H e I por segmentos de retas construiremos um heptágono regular inscrito $CDEFGHI$.

e) *Divisão da circunferência em oito partes congruentes e inscrever o octógono regular.*

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 3cm$;

2º) Pelo centro O, traçamos o diâmetro, determinando os pontos A e B.

3º) Construir a mediatriz de $\overline{AB}$, determinando os pontos C e D;

4º) Os pontos C, A, D e B dividem a circunferência em quatro partes congruentes e em quatro ângulos de $90°$;

5º) Determinar a bissetriz de cada um desses ângulos, e encontrar os pontos E, F, G e H (intersecção das bissetrizes com a circunferência);

6º) Os pontos C, E, A, F, D, G, B e H dividem a circunferência em oito partes congruentes. Unir estes oito pontos por segmentos de retas, obtendo um octógono regular inscrito $CEAFDGBH$.

f) *Divisão da circunferência em nove partes congruentes e inscrever o eneágono regular.*

Construção:

1º) Construir uma circunferência de centro O e raio $r = 3cm$;

2º) Pelo centro O, traçamos o diâmetro, determinando os pontos A e B.

3º) Determinar a mediatriz e o ponto médio M do raio $\overline{OB}$, determinando o ponto C;

4º) Compasso com abertura $\overline{OB}$, de centro em M, traçar um arco determinando o ponto D;

5º) Mantendo a mesma abertura $\overline{OB}$, centrar a ponta seca do compasso em D e determine o ponto E;

6º) Unir, por um segmento de reta, o ponto E ao ponto O e determinar o ponto F;

7º) A distância $\overline{CF}$ é a medida que dividirá a circunferência em nove partes congruentes. Tomando no compasso a abertura $\overline{CF}$, a partir de F, marcar os pontos G, H, I, J, K, L e M;

8º) Unir esses 9 pontos por segmentos de retas, construindo um eneágono regular inscrito $CFGHIJKLM$.

g) *Divisão da circunferência em n partes iguais – método geral de Rinaldini ou de Bion.*

Construção:

1º) Construir a circunferência ($r = 3cm$) e traçar seu diâmetro $\overline{AB}$;

2º) Dividir o diâmetro $\overline{AB}$ no número de vezes que se necessita para dividir a circunferência, por exemplo, em 5 partes;

3º) Com o centro em cada extremidade do diâmetro $\overline{AB}$, com abertura igual ao próprio diâmetro, fazemos o cruzar os arcos até determinar o ponto C;

4º) Traçamos a reta que passa pelos pontos C e 2, da divisão do diâmetro. Esta reta corta a circunferência no ponto D;

5º) O arco AD é a medida que divide a circunferência no número de vezes pretendido (nesse caso 5 partes);

6º) Para finalizar, a medida $\widehat{AD}$ deve, portanto, ser aplicada sucessivas vezes sobre a circunferência, dividindo-a em partes iguais.

Retificação da circunferência

Retificar uma circunferência é o mesmo que traçar o segmento de reta que corresponde à medida de seu comprimento.

No processo desenvolvido por Arquimedes, temos que: AB é o diâmetro de uma circunferência. Este diâmetro foi dividido em 7 partes iguais. A circunferência retificada corresponde a 3 vezes à medida de AB mais uma das 7 partes (por exemplo, AC).

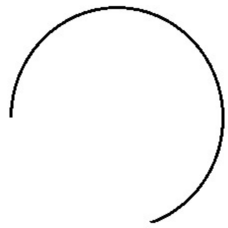
Determinação do centro da circunferência e do arco

Construa uma circunferência de raio $2.5cm$ e traçar duas retas secantes, em qualquer posição, determinando na circunferência os pontos A, B, C e D. Construir as mediatrizes de cada uma dessas cordas e na interseção dessas mediatrizes determinar o ponto O, que é o centro da circunferência.

Procedimentos para a determinação do centro do arco:

Traçar duas retas secantes, em qualquer posição, determinando no arco os pontos A, B, C e D.

Construir a mediatriz de cada uma das cordas. A interseção dessas mediatrizes determina o ponto O que é o centro do arco.



Círculo é a porção do plano limitada por uma circunferência, isto é, o círculo é uma superfície.

Então, podemos afirmar que a circunferência é o contorno do círculo. Por exemplos, os objetos que representam circunferências são: uma aliança, um bambolê, aro de pneu de bicicleta (sem os raios). Exemplos de círculo: uma moeda, um disco, o fundo da panela, entre outros.

Elementos do círculo e suas regiões

a) *Semicírculo* é a metade do círculo.

b) *Setor circular* é uma porção do círculo limitado por dois raios e um arco.

c) *Segmento circular* é uma porção do círculo limitada por uma corda e seu arco correspondente.

d) *Ângulo central em uma circunferência* é aquele cujo vértice coincide com o centro da circunferência. Se numa circunferência de centro O, um ângulo central determina um arco AB, dizemos que AB é o arco correspondente ao ângulo $A\hat{O}B$.

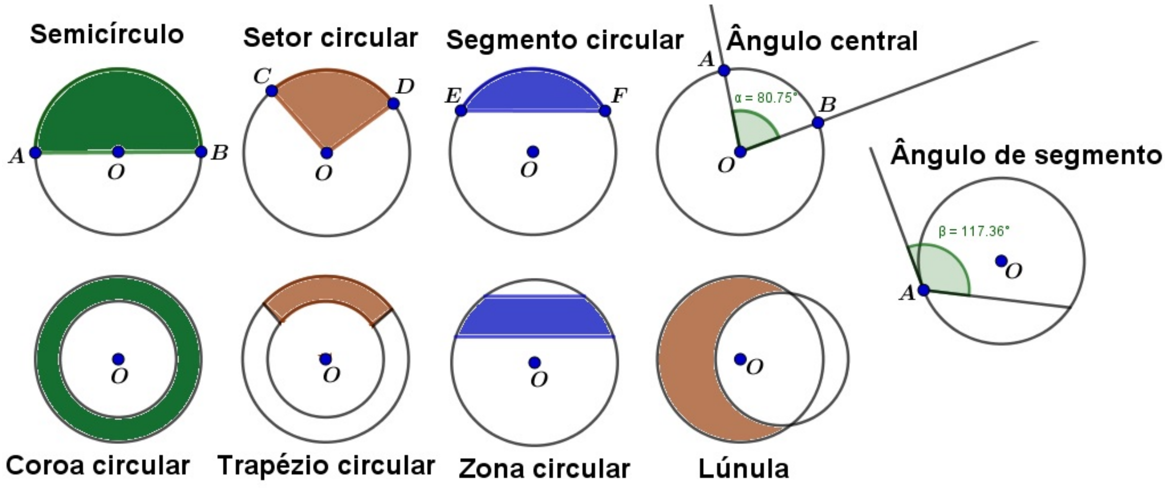
e) *Ângulo de segmento* temos quando um dos lados é uma corda e o outro é tangente à circunferência. O ponto de contato do lado tangente é o vértice do ângulo.

f) *Coroa circular* é uma figura geométrica limitada por dois círculos que possuem o mesmo centro (concêntricos) de raios distintos.

g) *Trapézio circular* é uma parte da coroa.

h) *Zona circular* é a porção do círculo compreendida entre duas cordas da circunferência.

i) *Lúnula* é a área limitada por dois arcos de duas circunferências secantes.



Proporções gráficas

As proporções gráficas com seus aspectos estéticos e matemáticos foram estudadas por Platão e outros matemáticos.

Em estudos de matemática aprendemos que razão é a denominação do quociente de dois números e é também, a relação entre duas grandezas. Enquanto que proporção é a igualdade de duas razões.

Esses conceitos também são usados em Desenho Geométrico, principalmente, quando tratamos com ângulos e segmentos. Existem fórmulas proporcionais sobre as que se baseiam as dimensões e a mais famosa é a seção áurea dos gregos. A sessão áurea foi usada pelos gregos para projetar a maioria de suas obras, desde as ânforas clássicas – vaso cerâmico, bojudo, de gargalo estreito e base pontiaguda, com um par de asas simétricas para facilitar o transporte, usados pelos antigos gregos e romanos para conservar líquidos (vinho, azeite, água etc.) e cereais – até as plantas e as elevações de seus templos.

Em 1509, Lucas Pacioli escreveu a sua segunda obra mais importante, *De Divina Proportioni*, ilustrada por Leonardo da Vinci, que tratava sobre proporções artísticas – a seção áurea, que é a relação que se realiza em um segmento AB quando, colocado um ponto C de divisão, AB está para AC, assim como AC está para CB.

Número de ouro (Φ)

A razão dá origem ao número de ouro ($\Phi = 1,618033989\cdots$), número este que é a razão entre os termos da proporção que assim nasce.

Processo da construção gráfica razão áurea interna (R.A.I.) e da razão áurea externa (R.A.E.):

1º) Traçar um eixo horizontal x, e um eixo vertical y. Marcar no 1º quadrante o segmento AB sobre o eixo x, localizando os pontos A e B, bem como, determinar o ponto médio M de AB. Depois, com o centro do compasso em A e abertura AM determinar o ponto C no eixo y;

2º) Traçar uma reta passando pelos pontos B e C e, com o centro do compasso em C e mesma abertura AM, determinar os pontos D e E $(E - C - D)$;

3º) Com o centro do compasso em B e, com abertura até o ponto D, traçar um arco até determinar o ponto F no segmento AB. O segmento FB é a **R.A.I.** do segmento AB;

4º) Depois, centrar o compasso em B e, abertura até E, traçar um arco até determinar o ponto G na reta suporte x. O segmento BG é a $R.A.E.$ do segmento AB.

Média, terceira e quarta proporcionais:

Como traçar a média proporcional entre dois segmentos AB e BC

De forma contínua, marcar os dois segmentos $AB = 3,5cm$ e $BC = 2cm$ sobre uma reta suporte, criando assim o segmento AC. Em seguida determinar o ponto médio M do segmento AC. Com o centro do compasso em M e abertura AM, traçar a semicircunferência até C.

Traçar uma perpendicular ao segmento AB a partir de B até encontrar a semicircunferência, determinando o ponto D. O segmento BD é a média proporcional entre AB e BC.

Traçado da terceira proporcional entre dois segmentos dados

Neste caso, usaremos dois segmentos iguais e sempre será o segundo segmento dado).

Para suporte da operação gráfica, traçar duas semirretas concorrentes no ponto O. A partir de O, na primeira semirreta, marcamos o primeiro segmento A (de medida $2cm$) e em seguida o segmento B (de medida $4cm$), posicionando os pontos 1 e 2.

Após, repetir o segmento B, a partir de O, na segunda semirreta, marcando o ponto 3 e usando um segmento de reta, unir os pontos 1 e 3.

Para finalizar, a partir do ponto 2 traçamos uma paralela ao segmento $1 - 3$ até determinar na outra semirreta o ponto 4. O segmento C, de extremos 3 e 4 é a terceira proporcional aos segmentos A e B.

Construção gráfica da quarta proporcional a três segmentos dados

Dados três segmentos A, B e C, medindo respectivamente $4,5cm, 2cm$ e $3cm$. Traçar duas semirretas concorrentes no ponto O formando um ângulo qualquer. Em uma delas marcar a medida do segmento A (necessariamente é primeiro segmento dado) e, na sequência, B (poderia ser C) consecutivos, formando os pontos 1 e 2.

Na outra semirreta marcar o segmento C (ainda não usado), gerando o ponto 3. Para concluir, a partir do ponto 2 traçar um segmento de reta paralelo a $1 - 3$ até determinar o ponto 4. O segmento D, limitado pelos pontos 3 e 4, é a quarta proporcional.

Homotetia

As figuras homotéticas são figuras semelhantes e que, além disso, têm os segmentos homólogos paralelos. Desta forma, podemos afirmar que: **Homotetia = Semelhança + Paralelismo**.

As figuras homotéticas conservam as duas propriedades das figuras semelhantes e têm, ainda, mais duas propriedades.

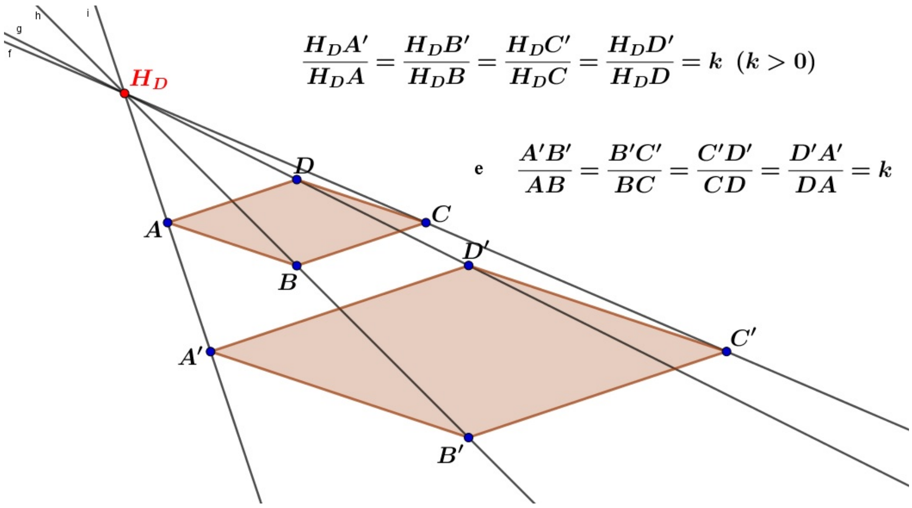
1ª **Propriedade:** os ângulos homólogos são ordenadamente iguais.

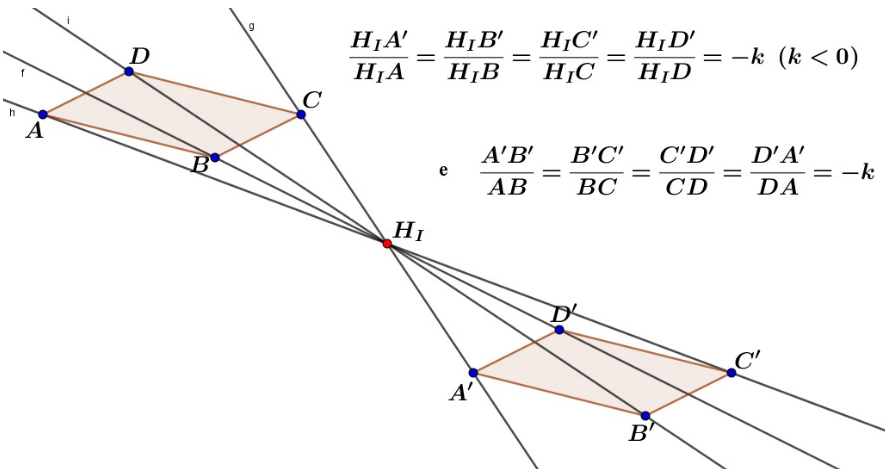
2ª **Propriedade:** os segmentos homólogos são proporcionais.

3ª **Propriedade:** as retas que ligam os pontos homólogos incidem todos no mesmo ponto H_D ou H_I, conforme a homotetia seja direta ou inversa. H_D e H_I são denominados de centro de homotetia direta ou inversa.

4ª **Propriedade:** a razão entre os *raios vetores* de pontos homólogos é constante e igual a razão de semelhança k, também chamada de razão de homotetia.

Raio vetor é um segmento orientado, com uma extremidade no centro de homotetia e a outra num ponto da figura; esse segmento é orientado do centro da homotetia para o ponto da figura.





Homotetia direta (H_D) $\Rightarrow$ $k > 0$ (positivo)

Homotetia inversa (H_I) $\Rightarrow$ $k < 0$ (negativo)

Valor absoluto de k. Multiplicar uma figura significa:

Ampliá-la, quando $|k| > 1$

Reduzi-la, quando $|k| < 1$.

Atividade 1:

a) Faça a ampliação do pentágono $BCDEF$, utilizando a homotetia direta.

b) Faça uma redução do trapézio $BCDE$, utilizando a homotetia inversa.