1. Assinale a fórmula que melhor representa a expressão "o melhor restaurante que existe é o Le Cirque":

   ( ) $\exists x\ (\text{rest}(x) \wedge \text{rest}(\text{LeCirque}) \wedge \text{melhor}(\text{LeCirque}, x))$
   ( ) $\forall x\ (\text{rest}(x) \wedge \text{rest}(\text{LeCirque}) \wedge \text{melhor}(\text{LeCirque}, x))$
   ( ) $\exists x\ ((\text{rest}(x) \wedge \text{rest}(\text{LeCirque})) \rightarrow \text{melhor}(\text{LeCirque}, x))$
   ( ) $\forall x\ ((\text{rest}(x) \wedge \text{rest}(\text{LeCirque})) \rightarrow \text{melhor}(\text{LeCirque}, x))$
   ( ) Nenhum item está correto.

2. Seja $\mathcal{P}$ o conjunto de todos os programas e seja o seguinte modelo para a lógica de predicados: $\mathcal{M} = \langle\{;, ||\}, \{\text{seq}^1, \text{par}^1, \text{ter}^1, \text{cor}^1\}, \mathcal{P}\rangle$, onde

   - $; : \mathcal{P} \times \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ é a operação de composição sequencial de programas, ou seja, $p_1; p_2$ é o programa que se obtém quando executa-se o programa p_1 e após seu término executa-se o programa p_2.
   - $|| : \mathcal{P} \times \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ é a operação de composição paralela de programas, ou seja, $p_1||p_2$ é o programa que se obtém quando executa-se o programa p_1 em paralelo com o programa p_2.
   - seq $\subseteq \mathcal{P}$, tal que para todo $p \in \mathcal{P}$ seq(p) é verdadeiro sempre que p for um programa sequencial,
   - par $\subseteq \mathcal{P}$, tal que para todo $p \in \mathcal{P}$ par(p) é verdadeiro sempre que p for um programa paralelo,
   - ter $\subseteq \mathcal{P}$, tal que para todo $p \in \mathcal{P}$ seq(p) é verdadeiro sempre que p for um programa que termina,
   - cor $\subseteq \mathcal{P}$, tal que para todo $p \in \mathcal{P}$ cor(p) é verdadeiro sempre que p for um programa correto.

   Especifique as seguinte propriedades usando o modelo dado acima:

   (a) Um programa que está correto sempre termina.
   (b) Nem todo programa que sempre termina está correto.
   (c) A composição sequencial de dois programas que terminam sempre termina.
   (d) A composição paralela de dois programas que sempre terminam não necessariamente termina.
   (e) Um programa sequencial sempre pode ser visto como um programa concorrente que possui uma única linha de execução.

3. Julgue os itens seguintes:

   (a) $(\forall x\ p(x)) \vee (\forall x\ \neg p(x))$ é uma fórmula que pode ser satisfeita por algum modelo que a torne verdadeira.
   (b) A frase "Se um carro é mais caro que todos os carros nacionais, ele deve ser alemão" pode ser traduzida pela seguinte fórmula da lógica de predicados: $\forall x\ (carro(x) \wedge \forall y\ ((carro(y) \wedge fabricado(y, Brasil) \wedge (preco(x) > preco(y))) \rightarrow fabricado(x, Alemanha)))$.
   (c) A frase "Existe um aluno que gosta de todas as disciplinas difíceis" pode ser traduzida por: $\exists x\ (aluno(x) \wedge \forall y\ (disciplina(y) \wedge dificil(y) \wedge gosta(x, y)))$.

Assinale a opção correta:

( ) Apenas um item está certo.
( ) Apenas os itens I e II estão certos.
( ) Apenas os itens I e III estão certos.
( ) Apenas os itens II e III estão certos.
( ) Todos os itens estão certos.

4. Seja $\mathcal{M} = \langle \emptyset, \{p^1, l^1, s^2, m^2, r^2\}, A\rangle$ um modelo para a lógica de predicados[1]. No modelo $\mathcal{M}$, $A = P \cup L \cup C$, onde P é o conjunto de todos os porquinhos, L é o conjunto de todos os lobos maus e C é o conjunto de todas as casas de porquinhos. O significado dos predicados nesse modelo é:

   $p \subseteq A$: para qualquer $x \in A$, $p(x)$ é verdadeiro se e somente se x for um porquinho.
   $l \subseteq A$: para qualquer $x \in A$, $l(x)$ é verdadeiro se e somente se x for um lobo mau.
   $s \subseteq C \times C$: para quaisquer duas casas de porquinhos $c_1, c_2 \in C$, $s(c_1, c_2)$ é verdadeiro se e somente se c_1 for mais segura que c_2.
   $m \subseteq A \times A$: para quaisquer $x, y \in A$, $m(x, y)$ é verdadeiro se e somente se x tem medo de y.
   $r \subseteq P \times C$: para qualquer porquinho $x \in P$, e para qualquer casa de porquinho em C, $r(x, y)$ é verdadeiro se e somente se o porquinho x mora na casa y.

   Especifique as sentenças abaixo por meio de fórmulas da lógica de predicados, utilizando o modelo dado acima:

   (a) Todo porquinho tem medo de lobo mau.
   (b) Nenhum lobo mau tem medo de porquinhos.
   (c) O porquinho Cícero e o porquinho Heitor não moram na mesma casa.
   (d) A casa do porquinho Prático é mais segura que as casas dos porquinhos Cícero e Heitor.
   (e) Existe uma casa que é mais segura que todas as outras casas.
   (f) A casa do porquinho Prático é a mais segura dentre todas as casas de porquinhos.

5. Seja $\mathcal{M} = \langle \emptyset, \{p^1, g^2, k^1\}, \mathcal{A}\rangle$, um modelo onde $\mathcal{A} = \{a, b, c, d\}$ é o domínio de definição das variáveis, $p \subseteq A = \{a, c\}$, $k \subseteq A = \{b, d\}$ e $g \subseteq A \times A = \{(a, b), (a, c), (b, a), (d, d)\}$. Diga se as seguintes fórmulas são verdadeiras ou falsas no modelo $\mathcal{M}$:

   (a) $\forall x\ (p(x) \rightarrow \neg k(x))$
   (b) $\forall x\ \exists y\ g(y, x)$
   (c) $\exists x\ (p(x) \wedge k(x))$
   (d) $\exists x\ (g(x, x) \wedge \neg p(x))$

6. Seja $\mathcal{M} = (X, \{n^2, f^2, c^2\}, \emptyset)$ um modelo para a lógica de primeira ordem onde:

[1] Lembrando: um modelo $\mathcal{M} = (\mathcal{F}, \mathcal{P}, \mathcal{A})$, é uma tupla onde é $\mathcal{F}$ é um conjunto de funções, $\mathcal{P}$ é um conjunto de predicados e $\mathcal{A}$ é o domínio de definição das variáveis.

- $X = G \cup C \cup P$ onde G é o conjunto de todas as pessoas, C é o conjunto de todas as cidades e P é o conjunto de todos os países.
- $n \subseteq G \times C$ tal que $n(x, y)$ é verdadeiro se e somente se x é uma pessoa que nasceu na cidade y.
- $f \subseteq C \times P$ tal que $f(x, y)$ é verdadeiro se e somente se x é uma cidade que fica no país y.
- $c \subseteq G \times P$ tal que $c(x, y)$ é verdadeiro se e somente se x é uma pessoa que é cidadã do país y.

Formalize as seguintes afirmativas em fórmulas de lógica de primeira ordem, usando o modelo acima:

(a) Uma pessoa que nasceu em uma cidade de um determinado país não nasceu em uma cidade de outro país.

(b) O conjunto de cidadãos de um país é o conjunto de pessoas que nasceu naquele país.

(c) Todo país tem pelo menos uma cidade.

(d) Toda cidade fica em algum país.

(e) Todo mundo nasceu em algum lugar.

(f) Uma pessoa não pode ter nascido na Itália e no Brasil.

7. Seja o modelo $\mathcal{M} = (A, \{v, a, c, b\}, \emptyset)$ para a lógica de primeira ordem, onde:

- $v \subseteq A$ é o conjunto de todas as coisas que são vermelhas.
- $a \subseteq A$ é o conjunto de todas as coisas que são azuis.
- $c \subseteq A$ é o conjunto de todas as coisas que estão dentro de uma caixa.
- $b \subseteq A$ é o conjunto de todas as coisas que brilham.

Formalize os seguintes argumentos, usando o modelo dado acima:

(a) Tudo que é vermelho e brilha está dentro da caixa.

(b) Dentro da caixa só tem coisas azuis.

(c) Dizer que uma coisa azul brilha é o mesmo que dizer que ela está fora da caixa.

(d) As coisas dentro da caixa não brilham nem são azuis.

(e) Pelo menos uma das coisas dentro da caixa brilha mas não é vermelha nem azul.

(f) Se alguma coisa azul está dentro da caixa, então pelo menos alguma coisa vermelha está fora.

8. Seja o modelo $\mathcal{M} = (\mathbb{N}, \{p, c, i\}, \{\%, *\})$ para a lógica de primeira ordem, onde:

- $p \subseteq \mathbb{N}$ é o conjunto de todos os números primos.
- $p \subseteq \mathbb{N}$ é o conjunto de todos os números compostos.
- $i \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ é o predicado onde $i(a, b)$ é verdadeiro se e somente se $a = b$.

- $\%$: $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ é o operador *mod*, que retorna o resto da divisão inteira de seus argumentos.
- $*$: $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ é o operador que retorna o resultado da multiplicação de seus argumentos.

Marque, mas alternativas abaixo, a fórmula que melhor expressa a afirmativa feita na questão:

(a) Um número é primo se e somente se somente é divisível por 1 e por ele mesmo.

( ) $\forall x\ (p(x) \leftrightarrow (i(x\%1, 0) \land i(x\%x, 0)))$
( ) $\forall x\ (p(x) \leftrightarrow \neg\exists y\ i(x\%y, 0))$
( ) $\forall x\ (p(x) \leftrightarrow \neg\forall y\ (i(x\%y, 0) \land \neg i(x, y)))$
( ) $\forall x\ (p(x) \leftrightarrow \neg\exists y\ (i(x\%y, 0) \land \neg i(x, y)))$
( ) $\exists x\ (p(x) \leftrightarrow \neg\exists y\ (i(x\%y, 0) \land \neg i(x, y)))$

(b) Um número é composto somente se é divisível por algum número que não 1 ou ele mesmo.

( ) $\forall x\ (c(x) \rightarrow \exists y\ (i(x\%y, 0) \land \neg i(x, y) \land \neg i(x, 1)))$
( ) $\forall x\ (c(x) \rightarrow \exists y\ (i(x\%y, 0) \rightarrow (\neg i(x, y) \land \neg i(x, 1))))$
( ) $\exists x\ (c(x) \rightarrow \forall y\ (i(x\%y, 0) \rightarrow (\neg i(x, y) \land \neg i(x, 1))))$
( ) $\forall x\ \exists y\ ((i(x\%y, 0) \rightarrow (\neg i(x, y) \land \neg i(x, 1))) \rightarrow c(x))$
( ) $\exists x\ \exists y\ ((i(x\%y, 0) \rightarrow (\neg i(x, y) \land \neg i(x, 1))) \rightarrow c(x))$

(c) A multiplicação de dois números primos sempre resulta em um número composto.

( ) $\forall x\ \forall y\ (p(x) \land p(y) \rightarrow c(x * y))$
( ) $\forall x\ \forall y\ (p(x) \land p(y) \leftrightarrow c(x * y))$
( ) $\exists x\ \exists y\ (p(x) \land p(y) \rightarrow c(x * y))$
( ) $\exists x\ \exists y\ (p(x) \land p(y) \land c(x * y))$
( ) $\exists x\ \exists y\ (p(x) \land p(y) \leftrightarrow c(x * y))$

(d) 1 não é um número primo nem um número composto.

( ) $\neg(c(1) \leftrightarrow p(1))$
( ) $\neg c(1) \leftrightarrow \neg p(1)$
( ) $\neg c(1) \lor \neg p(1)$
( ) $\neg(c(1) \land p(1))$
( ) $\neg(c(1) \lor p(1))$

9. Seja $\mathcal{M} = (\emptyset, \{a^1, p^1, m^2, c^2\}, \mathcal{A} \cup \mathcal{C})$ um modelo para a lógica de primeira ordem onde $\mathcal{A}$ é o conjunto de todas as pessoas, $\mathcal{C}$ contém todos os cursos superiores e os predicados a^1, p^1, m^2 e c^2 são definidos como se segue:

- $a \subseteq \mathcal{A}$ contém todas as pessoas que são alunas em algum curso superior,
- $p \subseteq \mathcal{A}$ contém todos os professores do ensino superior,
- $m \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{C}$ contém todos os pares onde o primeiro elemento (professor) ministra alguma disciplina que consta no curso superior do segundo elemento, e
- $c \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{C}$ contém todos os pares onde o primeiro elemento é aluno no curso superior que consta no segundo elemento.

Represente as seguintes sentenças em lógica de primeira ordem, utilizando o modelo dado acima:

(a) Dizer que alguém é professor do ensino superior é a mesma coisa que dizer que essa pessoa ministra alguma disciplina de um curso superior.

(b) Uma pessoa somente pode ser aluno de um curso superior se tem pelo menos um professor no curso em que estuda.

(c) Existem cursos superiores que não têm nem alunos nem professores.

(d) Todo curso superior tem pelo menos um professor.

(e) Pedro não dá aulas no mesmo curso que Joana cursa.

10. Assinale a fórmula que melhor representa a expressão "uma pessoa que não tem graduação também não pode ter ensino médio":

( ) $\exists x\ (\neg \text{grad}(x) \land \neg \text{emed}(x))$
( ) $\forall x\ (\neg \text{grad}(x) \to \neg \text{emed}(x))$
( ) $\forall x\ (\text{grad}(x) \to \text{emed}(x))$
( ) $\forall x\ (\text{grad}(x) \lor \neg \text{emed}(x))$
( ) Todos os itens estão corretos.